

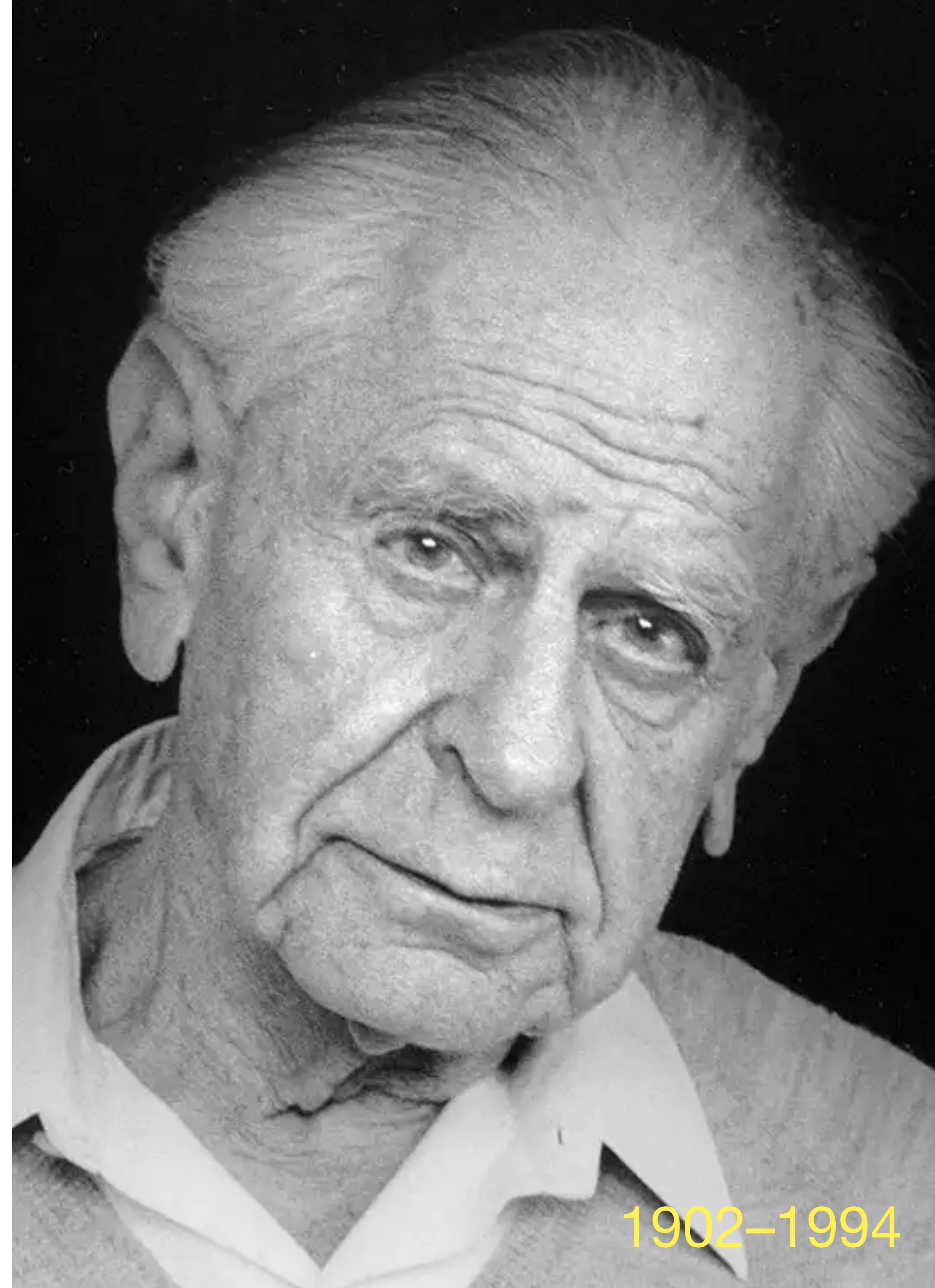
Física — 12.º ano

01 — Conservação da Energia e do Momento Linear



José Pedro do Amaral zp.amaral@colegiodestomas.com

1902–1994



Cinemática da partícula em movimento a duas dimensões

Contraste entre escalar e vetor:

- O que são:
Escalar: um único número com unidades; não tem direcção nem sentido.
Vetor: tem módulo, direcção e sentido; representa uma quantidade «apontada».
- Como mudam quando se rodar o referencial:
Escalar: invariante (o valor mantém-se).
Vetor: a grandeza geométrica é a mesma, mas os componentes mudam.
- Exemplos físicos:
Escalares: massa, temperatura, energia, tempo, rapidez, distância percorrida.
Vectores: deslocamento, velocidade, aceleração, força, campo eléctrico.
- Derivadas e operadores:
Gradiente de um escalar é um **vetor**.
Derivada temporal da posição é a velocidade (**vetor**).
Derivada temporal da velocidade é a aceleração (**vector**).
- Sinais e zeros:
Escalares podem ser positivos ou negativos; módulos são não-negativos.
Vetor nulo: módulo zero e direcção indefinida.
- Erros comuns na conversação a evitar:
«Velocidade» (vector) não é «rapidez» (escalar).
«Deslocamento» (vector) não é «distância» (escalar).

- Escolhe-se uma **base ortonormal*** com eixos fixos (ex.: o sistema cartesiano x, y, z).
- As componentes de um vector **a** são **três**, uma por cada eixo. Cada componente é o «pedaço» do vector alinhado com esse eixo.
- Para cada um desses componentes temos:

Módulo: é o valor absoluto ($\| \mathbf{a} \|$) do número associado a esse eixo (a componente escalar).

- **Direção:** é a dos próprios eixos.
 - **Sentido:** é positivo se o **a** for positivo, e negativo se o **a** for negativo.
- * ortonormal — que forma ângulos retos e unitários

Referencial Cartesiano e posição num referencial

- Um corpo está em **movimento** se a sua posição varia com o tempo em relação ao referencial;
- Um corpo está em **repouso** se a sua posição não varia em relação ao mesmo referencial.
- Um vector posição pode ser decomposto nas suas componentes axiais:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_x + \mathbf{r}_y + \mathbf{r}_z$$

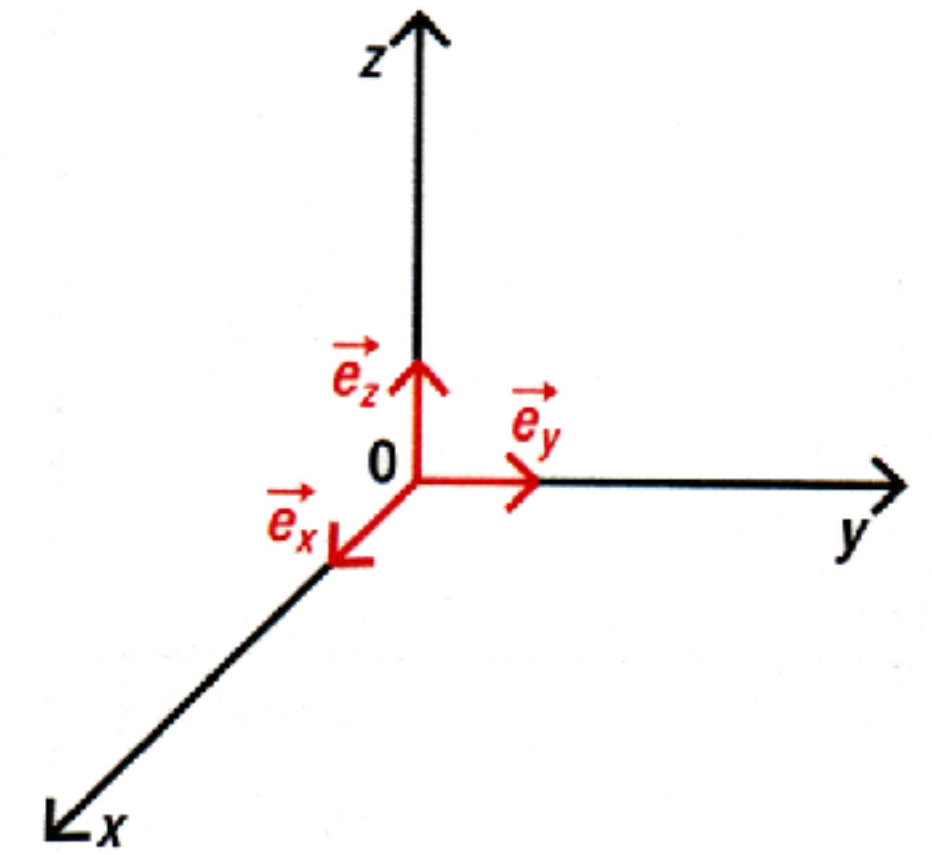


Fig. 1 — Referencial cartesiano a três dimensões com três vectores unitários (versores).

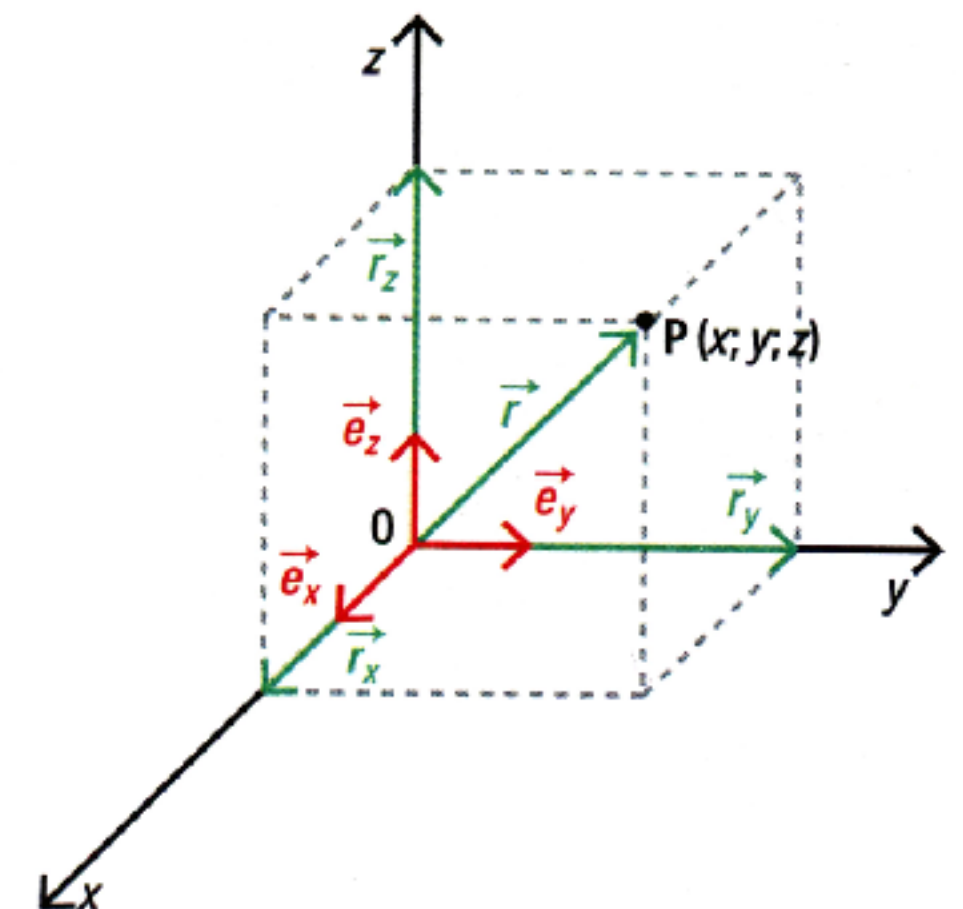


Fig. 2 — Posição de uma partícula num dado instante, indicada pelas suas coordenadas cartesianas e pelo vector posição $\mathbf{r}$.

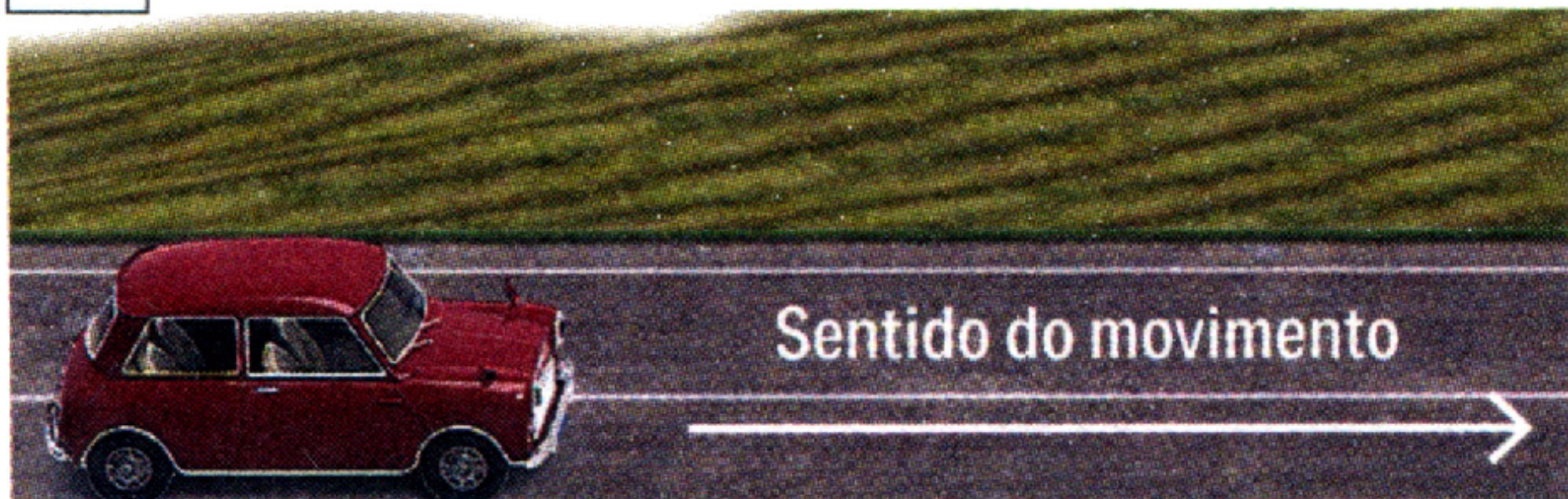
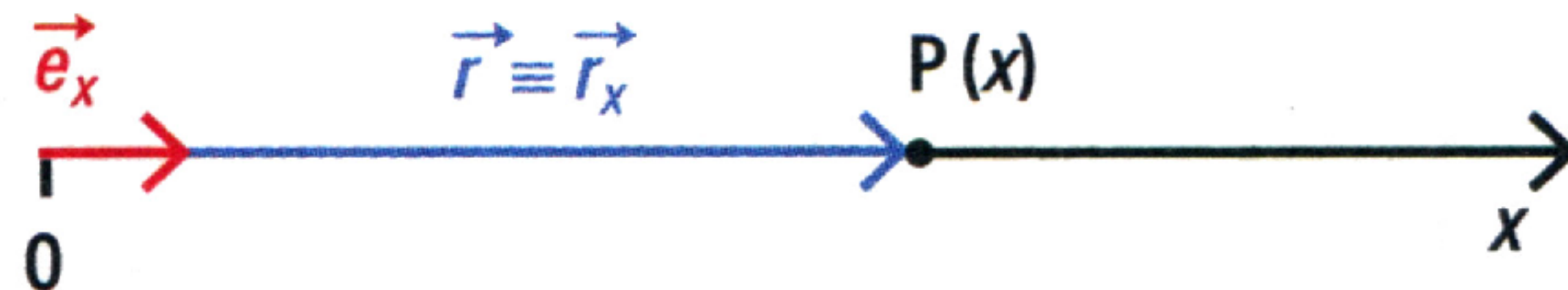
A**B**

Fig. 3 — A. Carro em **movimento rectilíneo** relativamente a um referencial unidimensional segundo a abscissa. B. Representação geométrica da posição do carro, no momento considerado.

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_x + \mathbf{r}_y + \mathbf{r}_z$$

$$\mathbf{r} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z, \text{ xyz coordenadas de posição}$$

$$\mathbf{e}_x = (1, 0, 0), \mathbf{e}_y = (0, 1, 0), \mathbf{e}_z = (0, 0, 1) \text{ — versores.}$$

$$\|\mathbf{r}\| = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} \text{ módulo do vetor posição}$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_x \text{ ou } \mathbf{r} = x\mathbf{e}_x \text{ movimento rectilíneo}$$

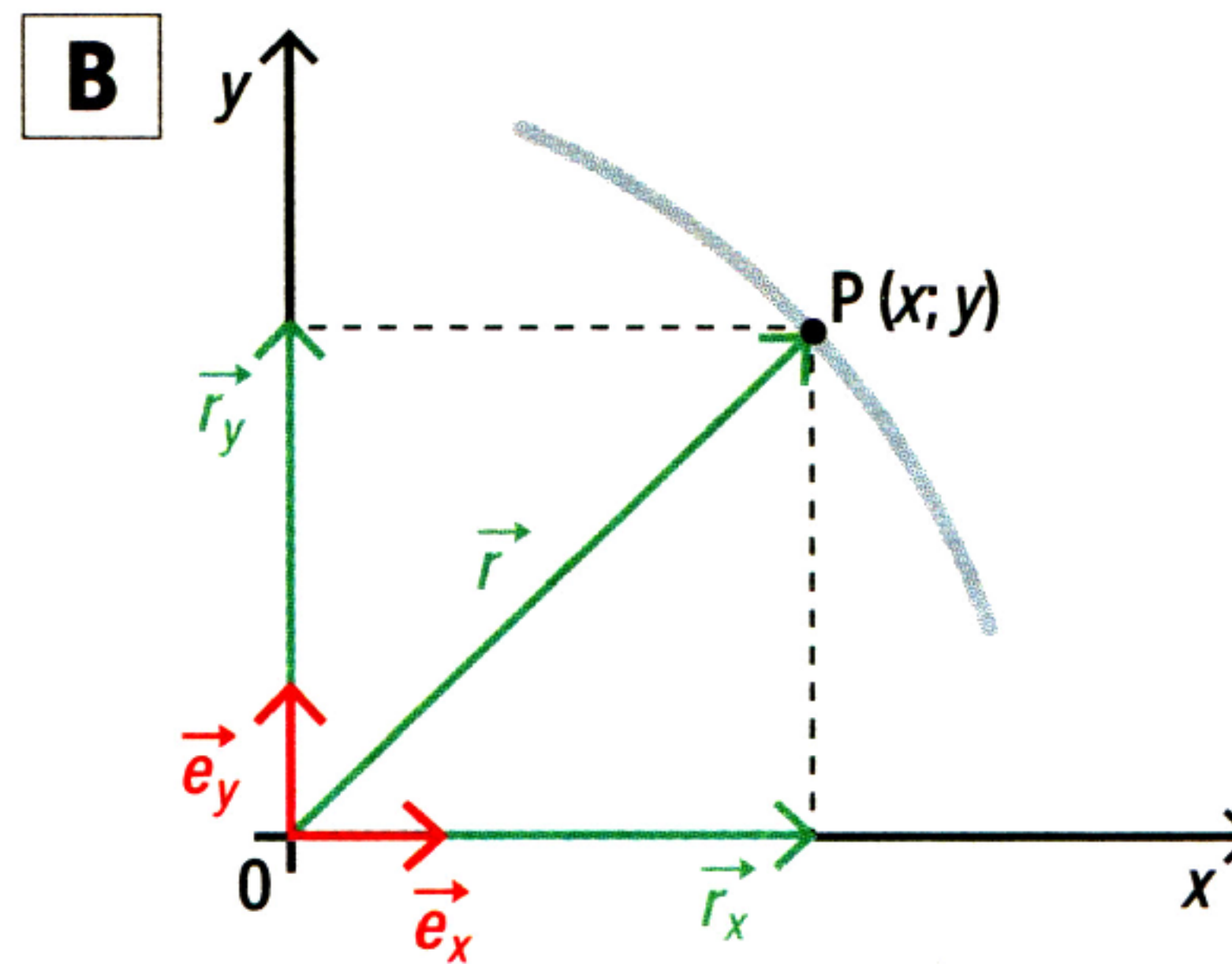
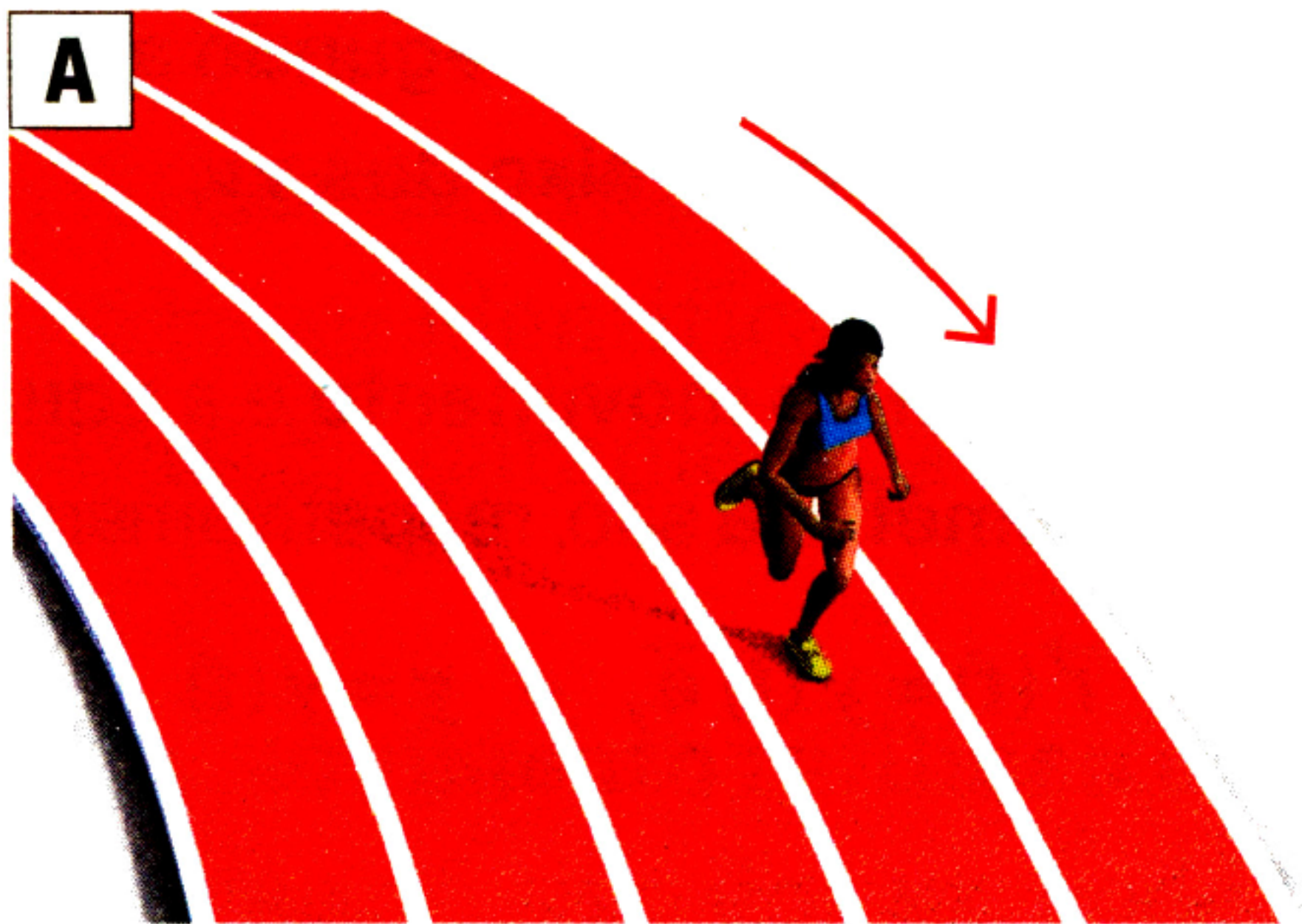


Fig. 4 — A. Atleta a descrever um movimento curvilíneo numa pista de atletismo.
B. Representação da posição da atleta num referencial bidimensional no instante considerado.

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_x + \mathbf{r}_y \text{ ou } \mathbf{r} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y \text{ movimento curvilíneo}$$

Equações paramétricas

de um movimento a duas dimensões

- Quando uma partícula está em movimento em relação a Oxy, a sua posição varia com o tempo. O vetor posição é uma função do tempo e as suas coordenadas também:
- $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$; $x = x(t)$ e $y = y(t)$, estas últimas são as equações paramétricas (ou escalares) do movimento.
- A equação vetorial pode ser escrita $\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{e}_x + y(t)\mathbf{e}_y$. Um movimento a duas dimensões poderá ser considerado como a composição de dois movimentos a uma dimensão.

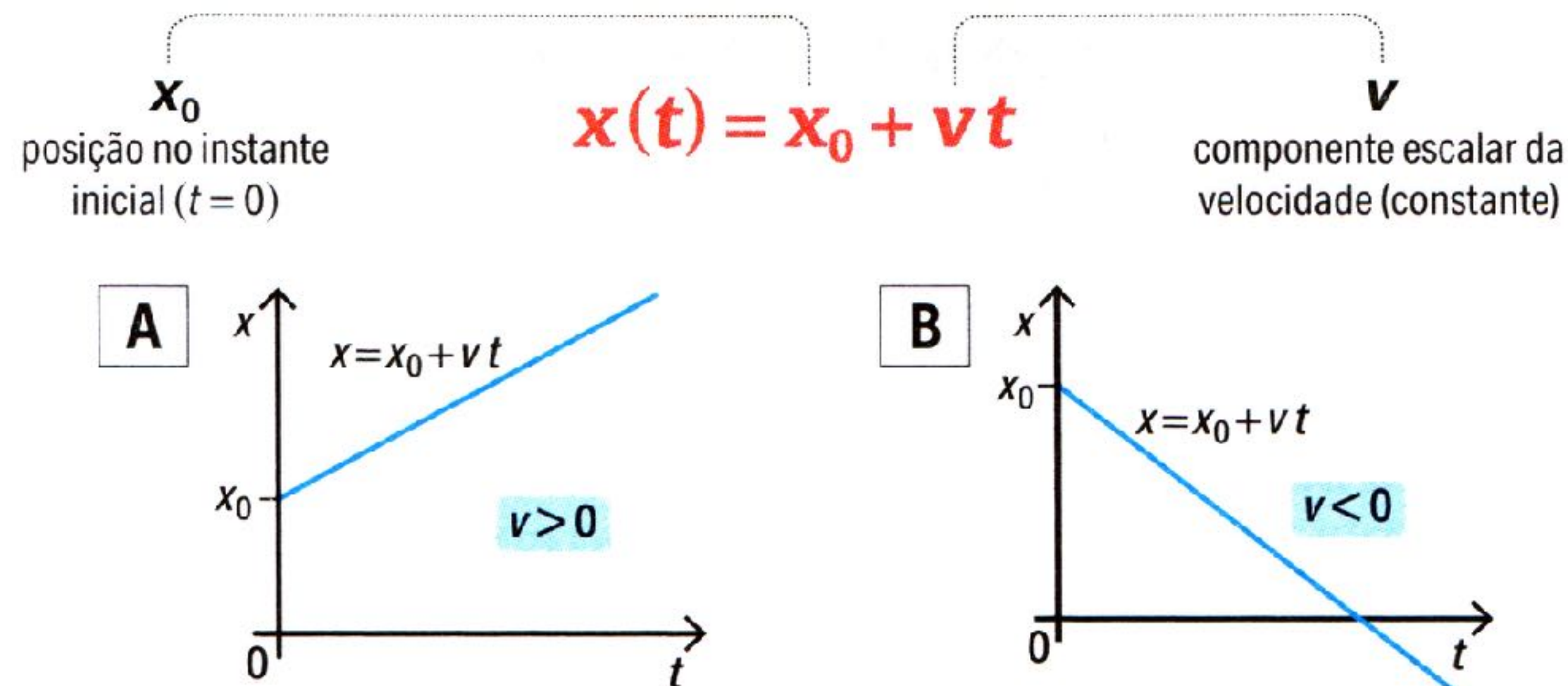


Fig. 5 — Gráficos posição-tempo de movimentos rectilíneos uniformes, na direção da abscissa. A. No sentido positivo ($v > 0$); B. No sentido negativo ($v < 0$).

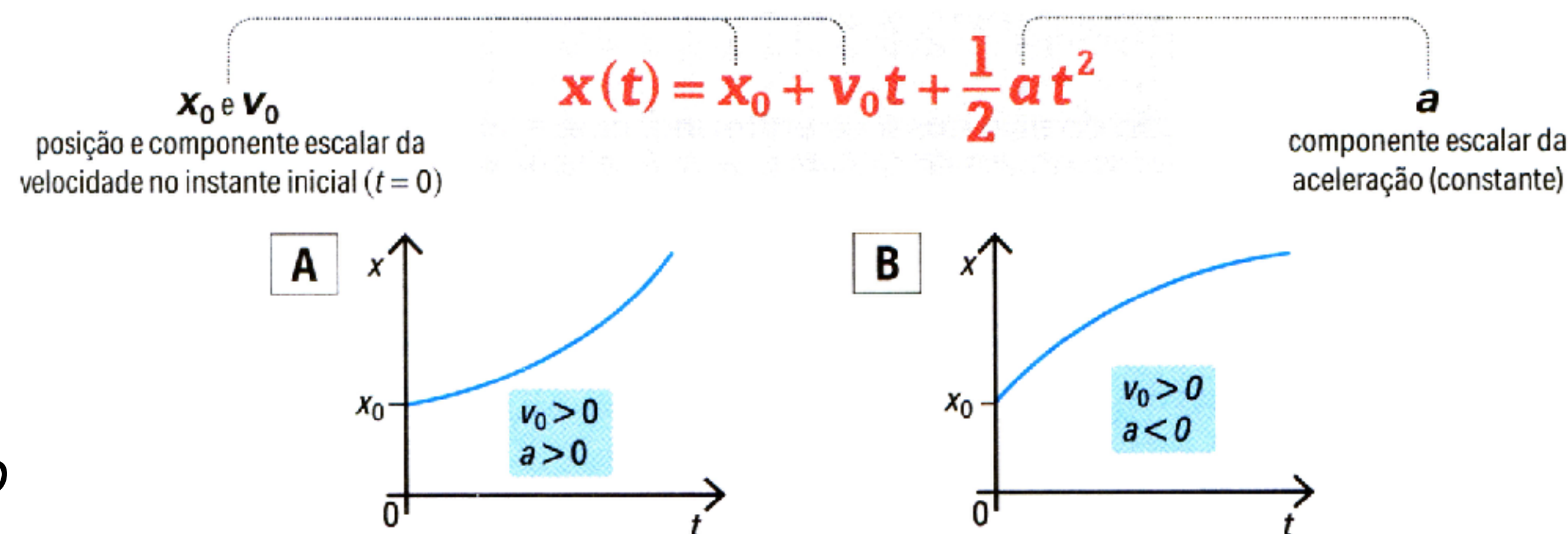


Fig. 6 — Gráficos posição-tempo de movimentos rectilíneos uniformemente variados, na direção da abscissa. A. Com $v_0 > 0$ e $a > 0$; B. Com $v_0 > 0$ e $a < 0$

Trajétória e gráficos posição-tempo

- A trajetória de uma partícula é a linha definida pelas posições sucessivas ocupadas durante o seu movimento.
- A forma da trajetória depende do referencial.
- Não confundir trajetória com posição-tempo.
- Nalguns casos é possível obter a equação da trajetória a partir das equações paramétricas

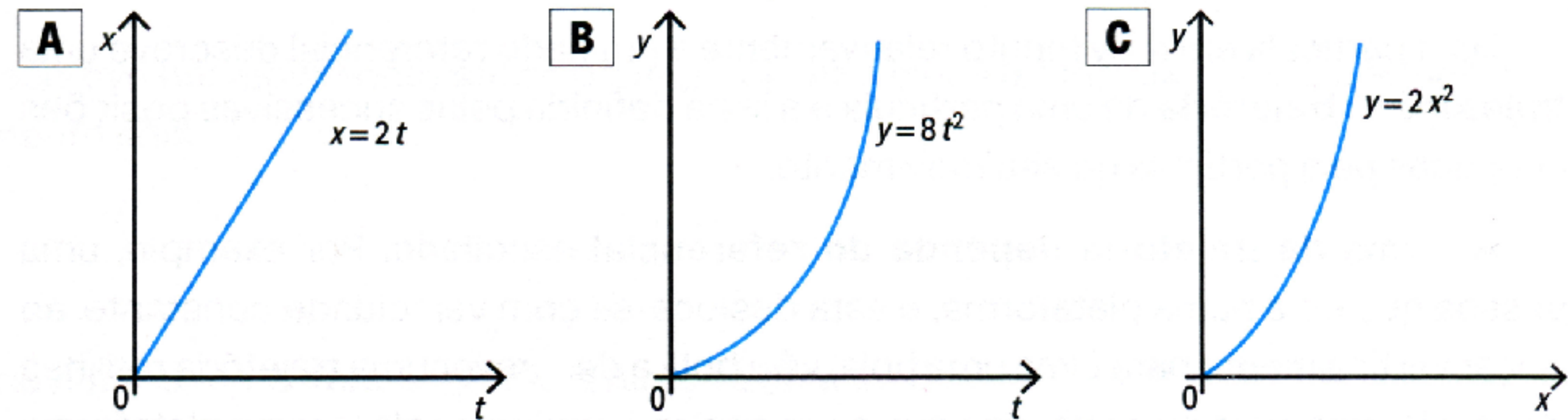


Fig. 7 — A. Gráfico da coordenada x em função do tempo. B. Gráfico da coordenada y em função do tempo. C. Trajetória da partícula no plano Oxy .

Posição e deslocamento

- Deslocamento é uma grandeza vetorial que descreve a variação de posição de uma partícula no seu movimento num dado intervalo de tempo.
- Sabendo que os vetores de posição de P_1 é $\mathbf{r}_1 = x_1\mathbf{e}_x + y_1\mathbf{e}_y$ e que de P_2 é $\mathbf{r}_2 = x_2\mathbf{e}_x + y_2\mathbf{e}_y$
- O deslocamento é

$$\Delta\mathbf{r} = (x_2 - x_1)\mathbf{e}_x + (y_2 - y_1)\mathbf{e}_y$$
- O vetor posição $\mathbf{r}$ depende da origem do referencial, mas o vetor $\Delta\mathbf{r}$ não pois depende exclusivamente das posições inicial e final.



Fig. 8 — O **deslocamento** é uma grandeza vetorial que indica a variação de posição de uma partícula num intervalo de tempo. O mesmo deslocamento poderá ser o resultado de **trajetórias** diferentes.

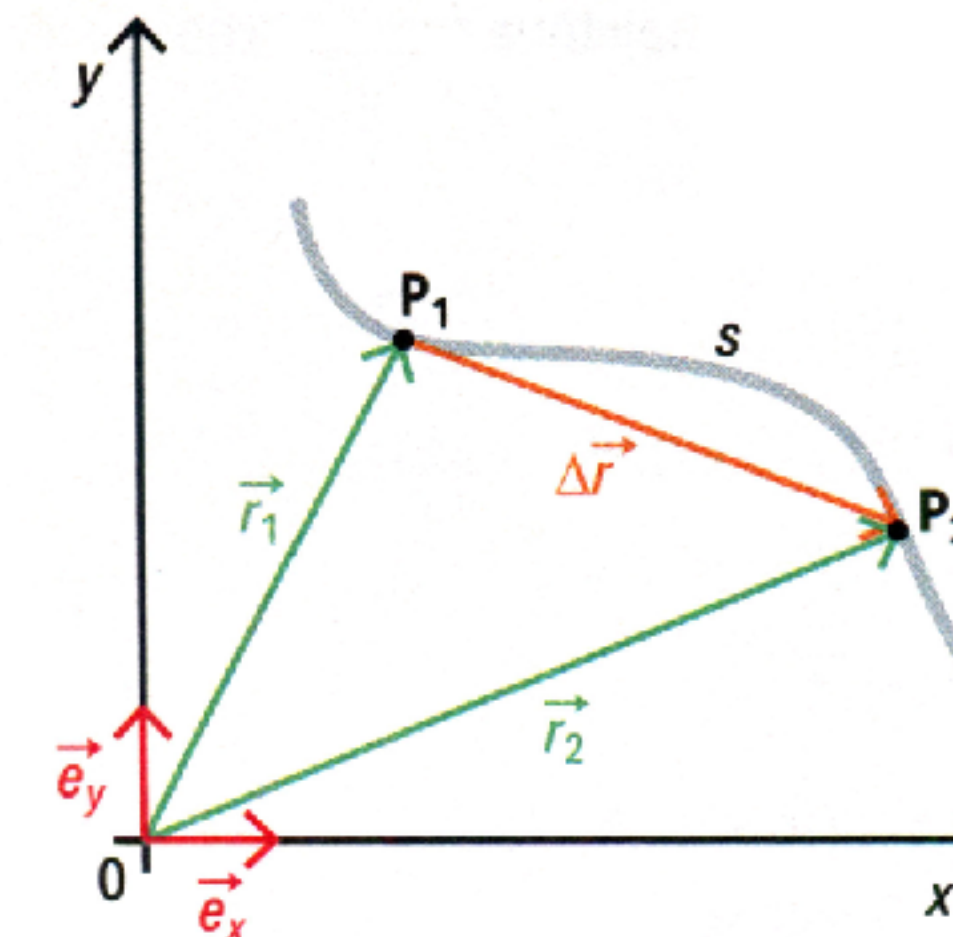
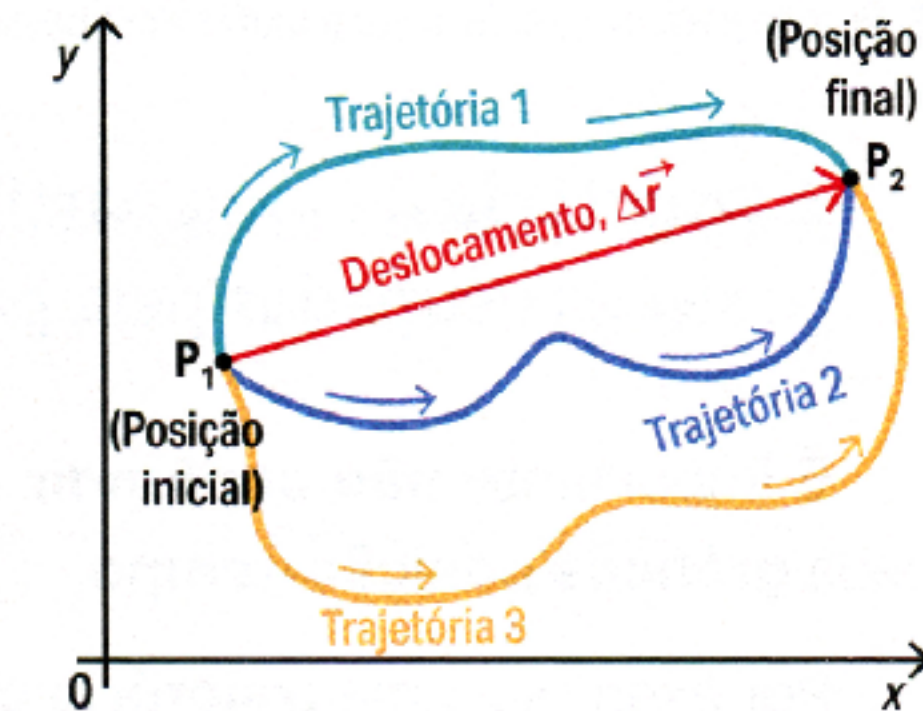


Fig. 9 — Trajetória de uma partícula no plano Oxy, vetores de posição $\mathbf{r}_1$ e $\mathbf{r}_2$, deslocamento $\Delta\mathbf{r}$ e distância percorrida sobre a trajetória s .

Velocidade média e velocidade

- A velocidade média é uma grandeza vetorial
 $\mathbf{v}_m = \Delta \mathbf{r} / \Delta t$
- A velocidade instantânea ou simplesmente velocidade é a velocidade para um intervalo de tempo muito pequeno, quase 0.
- A velocidade é a derivada temporal do vetor posição

$$\mathbf{v} = d\mathbf{r} / dt$$

- A velocidade é tangente à trajetória em cada ponto e tem o sentido do movimento. O seu módulo $v = \|\mathbf{v}\|$ é a **rapidez** do movimento da partícula num dado instante.

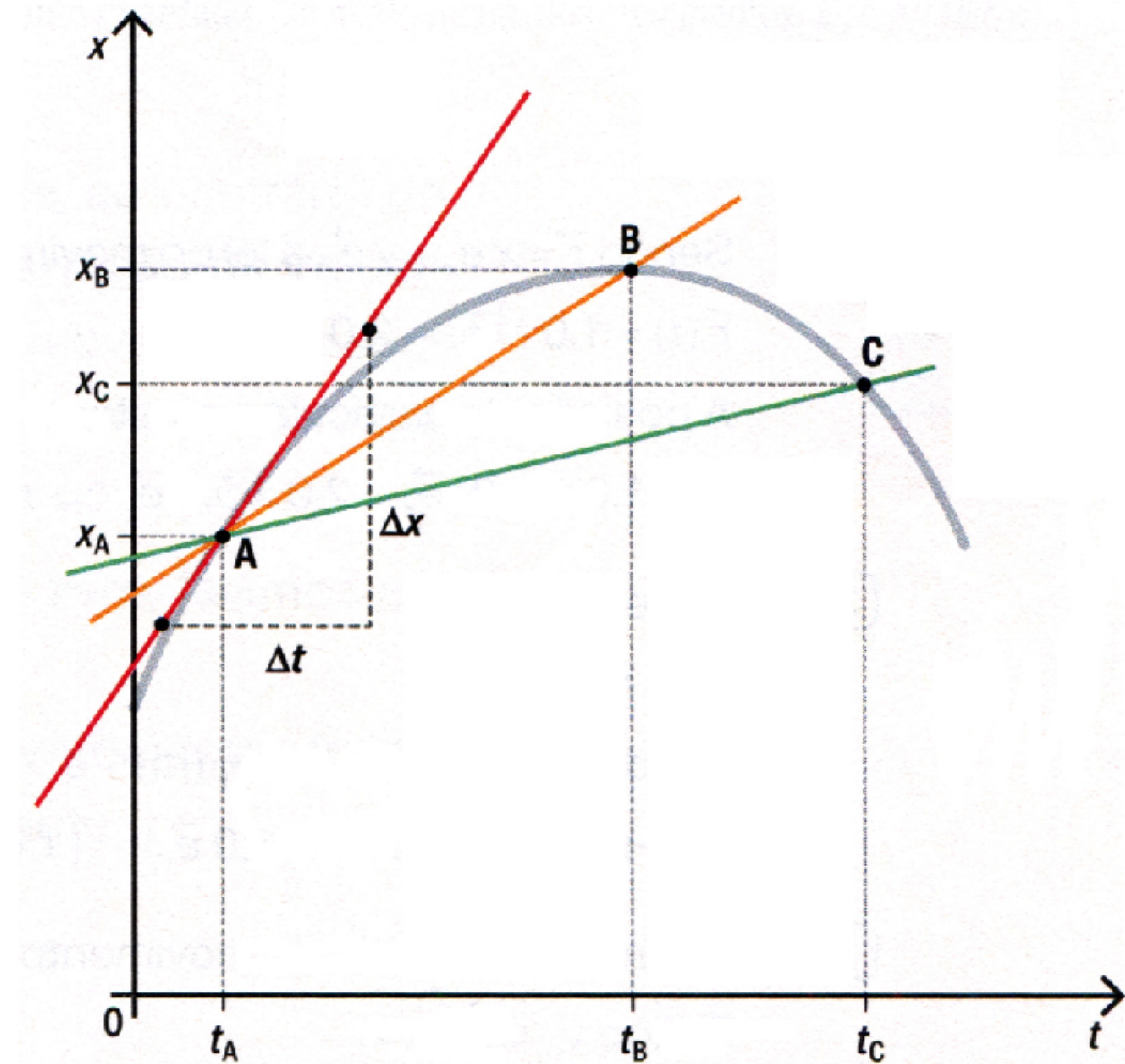


Fig. 10 — Quando Δt é muito pequeno, essencialmente 0, falamos em velocidade instantânea.

Aceleração média e aceleração

- A aceleração média é a variação da velocidade num dado intervalo de tempo $\mathbf{a}_m = \Delta \mathbf{v} / \Delta t$. Esta tem a direção e o sentido da variação de velocidade $\Delta \mathbf{v}$.
- Nos movimento curvilíneos, ao contrário dos retilíneos, a velocidade e a variação de velocidade não têm em geral a mesma direção.
- Para intervalos de tempo quase nulos, podemos considerar aceleração instantânea ou simplesmente aceleração $\mathbf{a}$.
- A aceleração é a derivada temporal da velocidade $\mathbf{a} = d\mathbf{v} / dt$
-

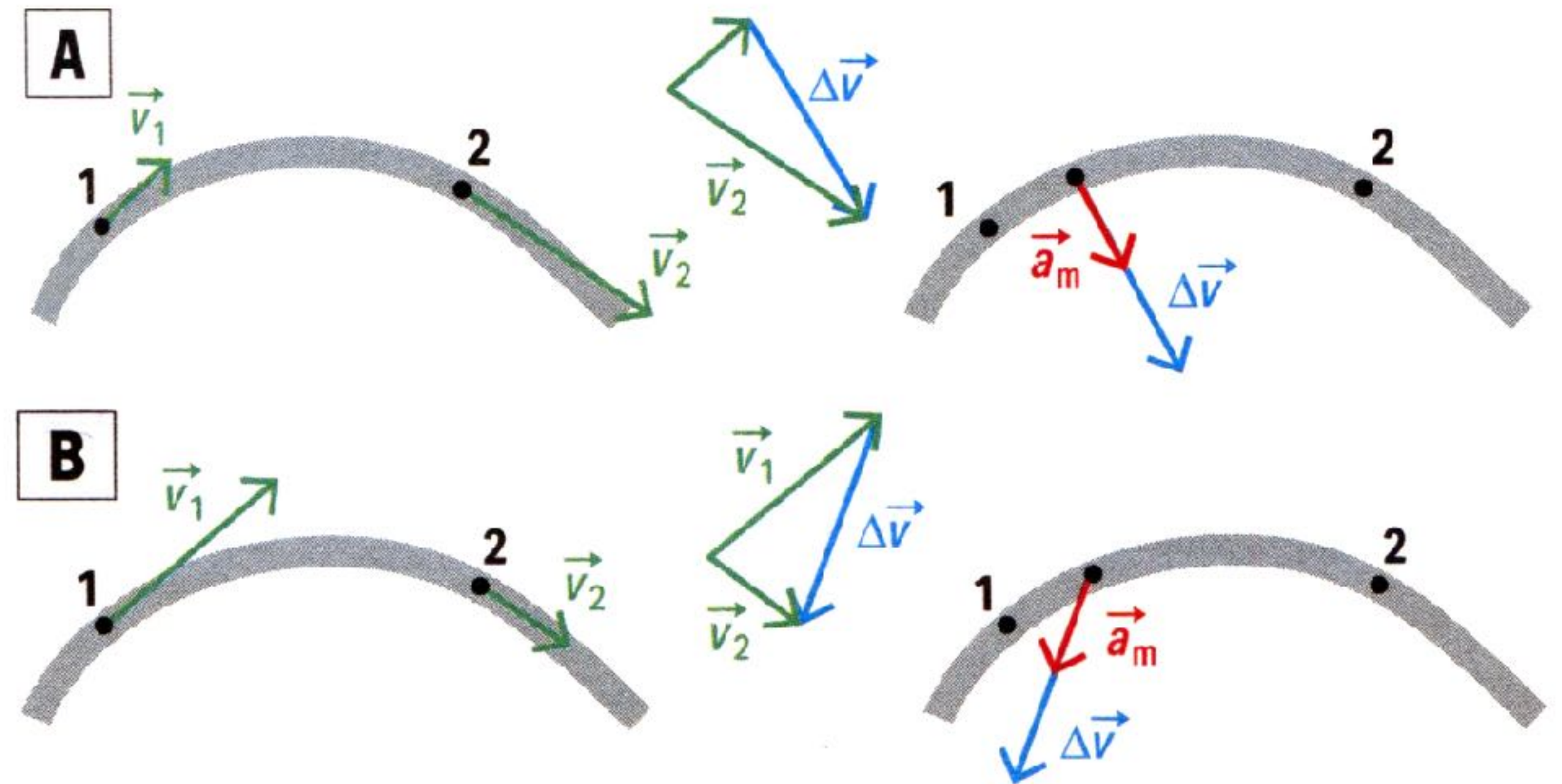


Fig. 11 — A. Trajetória curvilínea com movimento **acelerado**. B. Trajetória curvilínea com movimento **retardado**. Em ambos movimentos, $\mathbf{a}_m$ e $\Delta \mathbf{v}$ têm a mesma direção e sentido e apontam para o interior da curva descrita pela partícula.

Componentes tangencial e normal da aceleração

- Definimos dois eixos perpendiculares: um com a direção da velocidade (direção da tangente à trajetória do ponto considerado) e outro com uma direção perpendicular à anterior.

- Poderemos então definir a aceleração como

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_n \text{ OU } \mathbf{a} = \mathbf{a}_t \mathbf{e}_t + \mathbf{a}_n \mathbf{e}_n$$

- A componente tangencial da aceleração $\mathbf{a}_t$ está associada à variação temporal do módulo da velocidade

$$\mathbf{a}_t = dv / dt$$

- Se $a_t = 0$ temos movimento uniforme; $a_t = \text{constante}$ movimento uniformemente variado; e $a_t \neq \text{constante}$ movimento variado

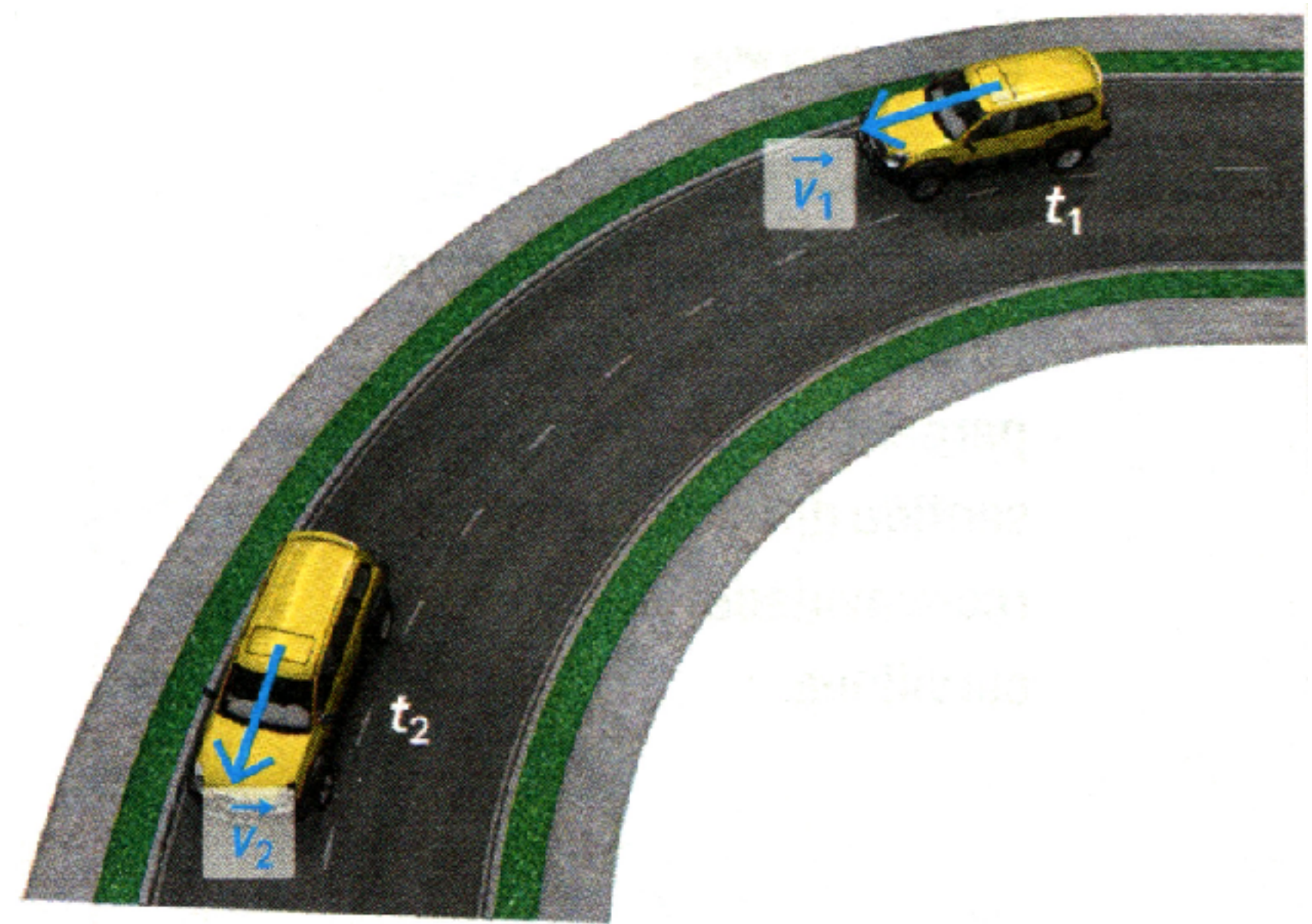


Fig. 12 — Se a direção da velocidade mudar, o movimento tem aceleração.

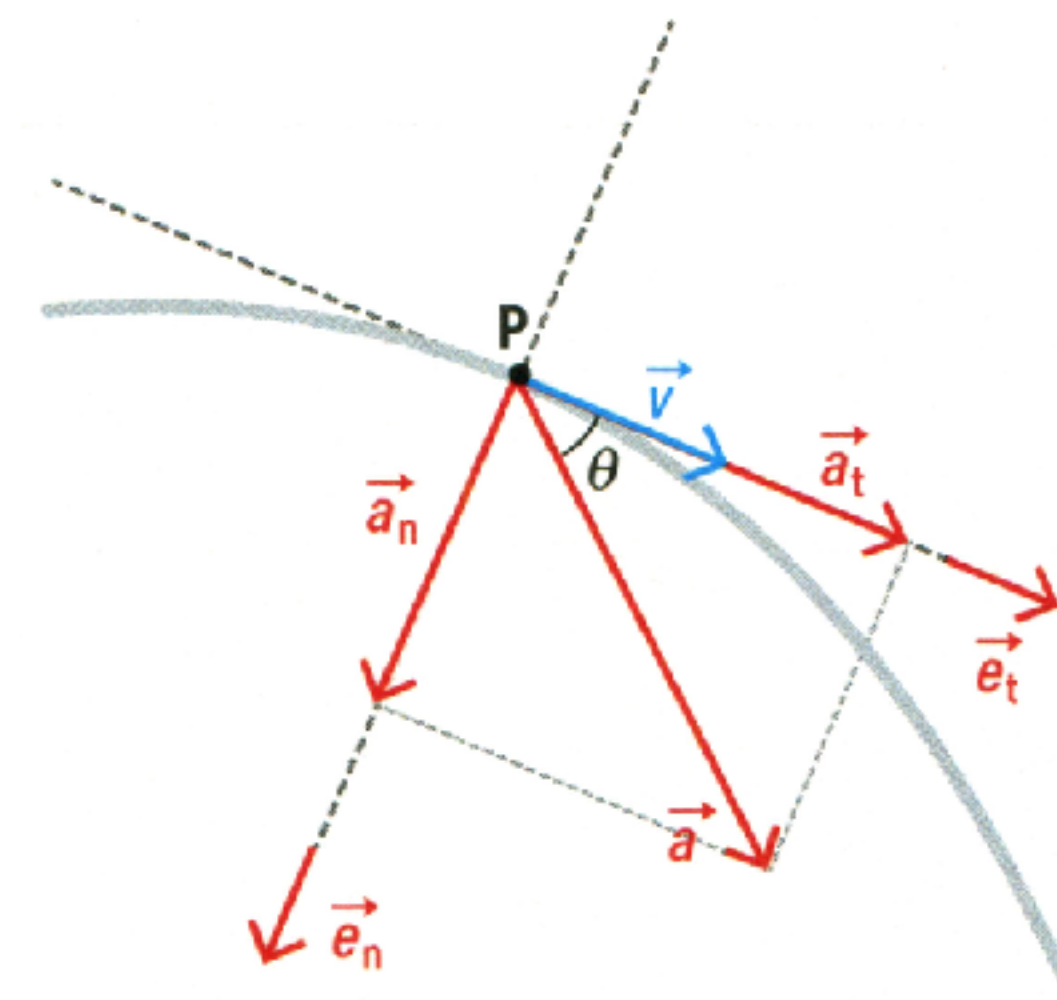


Fig. 13 — Vetor aceleração $\mathbf{a}$ e suas componentes $\mathbf{a}_t$ e $\mathbf{a}_n$, sendo $\mathbf{a}_t = a \cos \theta$ e $\mathbf{a}_n = a \sin \theta$.

Componentes tangencial e normal da aceleração

- A **componente tangencial da aceleração a_t** mede a variação temporal do módulo da velocidade
- A **componente normal da aceleração a_n** mede a variação temporal da direção da velocidade

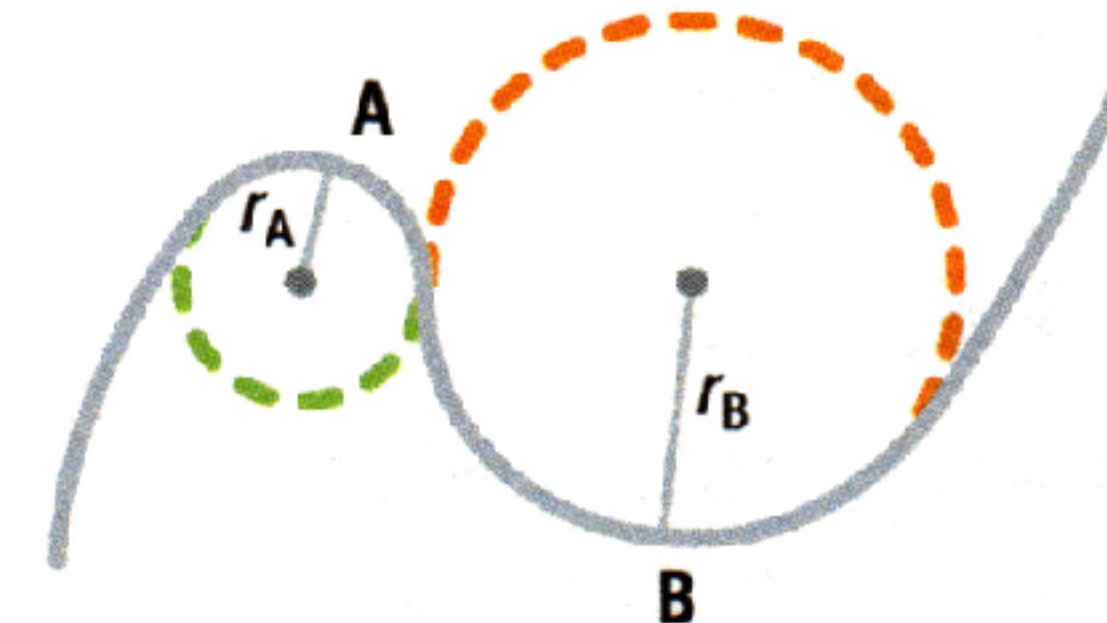


Fig. 14 — Trajetória curvilínea.

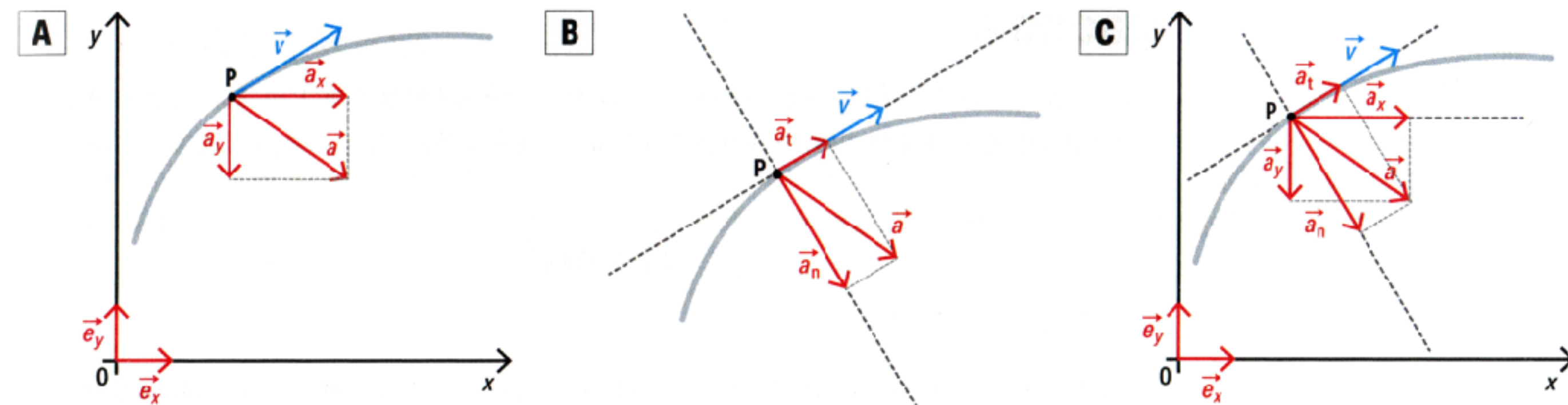


Fig. 15 — A. Aceleração, em P e suas componentes a_x e a_y num referencial cartesiano fixo. B. Aceleração em P e suas componentes a_t e a_n num referencial associado à partícula. C. Aceleração em P e suas componentes nos dois referenciais.

Segunda Lei de Newton

em referenciais fixos e ligados à partícula

- A segunda lei de Newton diz que a resultante das forças $\mathbf{F}_R$ que actuam numa partícula é diretamente proporcional à sua aceleração $\mathbf{a}$.
 $\mathbf{F}_R = m\mathbf{a}$

- Para o referencial Oxy,

$\mathbf{F}_R = F_x\mathbf{e}_x + F_y\mathbf{e}_y$ e $\mathbf{a} = a_x\mathbf{e}_x + a_y\mathbf{e}_y$ tem-se $F_x\mathbf{e}_x + F_y\mathbf{e}_y = ma_x\mathbf{e}_x + ma_y\mathbf{e}_y$ então $F_x = ma_x$ e $F_y = ma_y$

- Para o referencial da partícula, pode ser escrita em função das direções $\mathbf{e}_t$ e $\mathbf{e}_n$,

$\mathbf{F}_R = F_t\mathbf{e}_t + F_n\mathbf{e}_n$ e $\mathbf{a} = a_t\mathbf{e}_t + a_n\mathbf{e}_n$ tem-se $F_t\mathbf{e}_t + F_n\mathbf{e}_n = ma_t\mathbf{e}_t + ma_n\mathbf{e}_n$ então $F_t = ma_t$ e $F_n = ma_n$

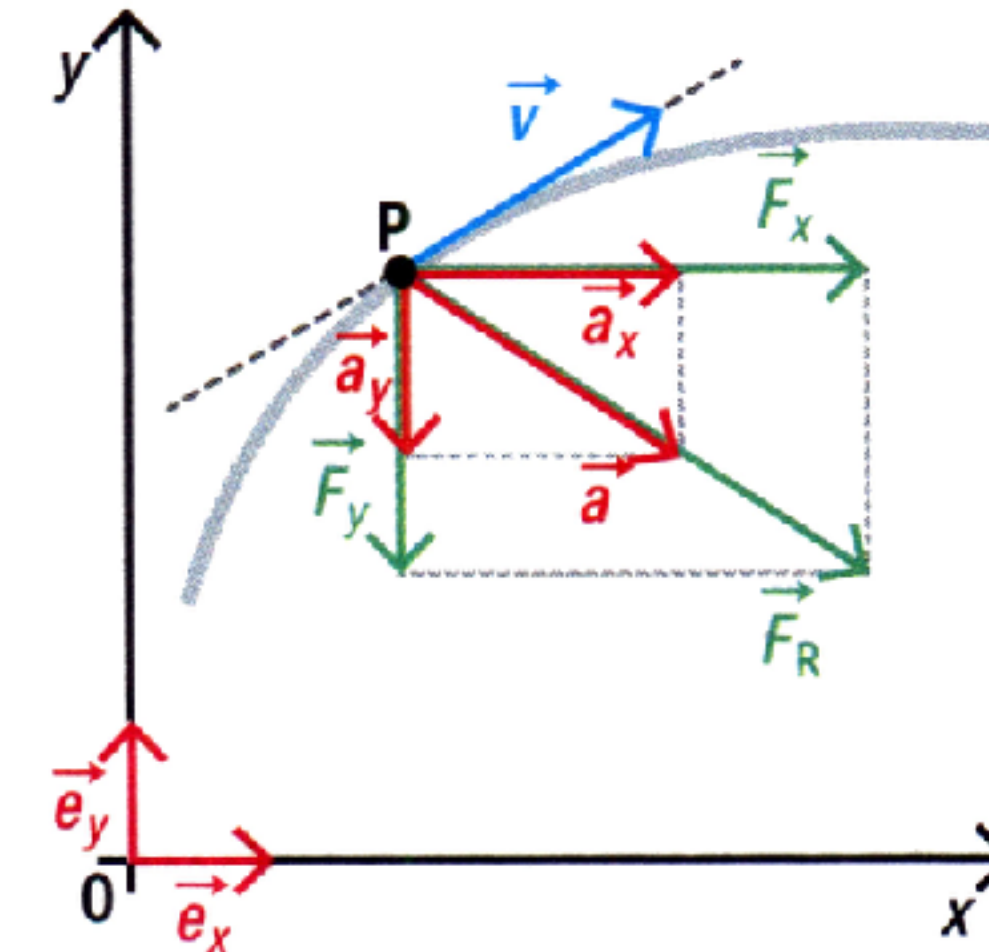


Fig. 16 — Resultante das forças $\mathbf{F}_R$ e suas componentes $\mathbf{F}_x$ e $\mathbf{F}_y$ num referencial cartesiano fixo.

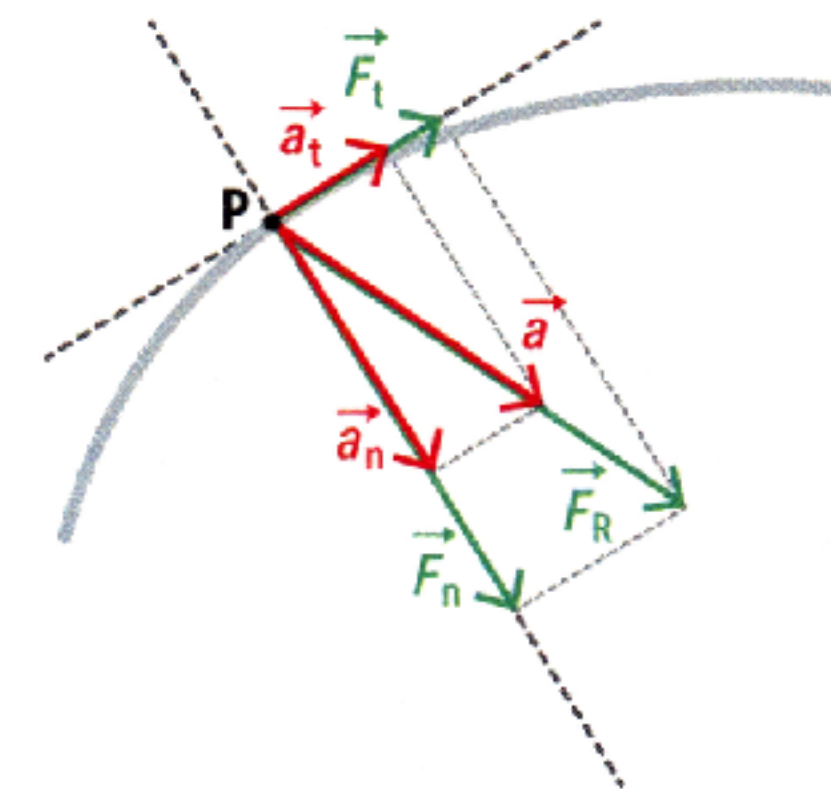


Fig. 17 — Resultante das forças $\mathbf{F}_R$ e suas componentes $\mathbf{F}_t$ e $\mathbf{F}_n$ num referencial associado à partícula.

