

Física — 12.º ano

05 — Lei da conservação do momento linear (e colisões)



José Pedro do Amaral zp.amaral@colegiodestomas.com

2025



John Clarke



Michel Devoret



John Martinis

Two Dimensional Collisions

MIT Department of Physics
Technical Services Group



physics
bridditt



physics
bridditt



- Uma bola de futebol é chutada...
- Como resultado da colisão com o pé, a bola tem uma velocidade inicial elevada. Conforme voa pelo ar, a bola tem uma grande mudança de velocidade e uma grande aceleração que lhe corresponde.
- Adicionalmente e porque a bola experiencia esta aceleração durante um período muito curto, a força média aplicada na bola durante a colisão com o pé é também muito elevada.
- Pela 3.^a lei de Newton, o pé experiencia uma força igual e oposta à força aplicada na bola. Esta força de reacção produz uma mudança na velocidade do pé, mas como a massa do membro inferior é muito maior que a massa da bola, há menor variação de velocidade no pé do que na bola.

- O objectivo principal desta aula é perceber e analisar este tipo de eventos.
- Para isso falaremos do conceito de *momento*.
- O momento é definido como o produto da massa pela velocidade.
- O conceito de momento permitir-nos-á a discussão da conservação de momento. E também, lidar com fenómenos de colisão e de propulsão de foguetes.
- Tudo isto será ligado ao conceito de *centro de massa* de um sistema de partículas.

Momento linear e a sua conservação

- Momento de uma partícula de massa m que se move com velocidade v é:

$$\mathbf{p} = m \mathbf{v}$$

- A unidade SI de momento é kg.m/s .
- Se a partícula se move a 3D, poderemos considerar:

$$p_x = m v_x \quad p_y = m v_y \quad \text{e} \quad p_z = m v_z$$

- Newton chamou a $m \mathbf{v}$ a quantidade de movimento, uma expressão talvez mais descritiva que a palavra momento (do latim *momentum*, movimento).

- Usando a 2.^a lei de Newton, podemos relacionar o momento e a força:

$$\mathbf{F} = dp / dt$$

- A taxa de mudança do momento linear com o tempo é igual à força resultante que actua na partícula
- Se a força resultante for zero, a derivada do tempo é zero, o que implica que p seja uma constante. Por outras palavras, quando $\mathbf{F}$ é zero, p será uma constante.

Conservação do momento para um sistema de duas partículas

- Considere-se duas partículas que podem interagir entre si, mas que doutra forma estão isoladas do que as rodeia.
- Pela 3.^a lei de Newton, as forças nestas partículas são iguais em magnitude e de direcções opostas.
- Por exemplo, se uma força interna (gravítica ou outra pois não é relevante) actuar na partícula 1, então haverá uma força da mesma magnitude mas de direcção oposta actuando na partícula 2.
- Aplicando a 2.^a lei de Newton:

$$\mathbf{F}_{12} = dp_1 / dt \quad e \quad \mathbf{F}_{21} = dp_2 / dt \quad \text{também} \quad \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{21} = 0$$

- Por substituição:

$$dp_1 / dt + dp_2 / dt = d(p_1 + p_2) / dt = 0$$

- Como a derivada do tempo é nulificada, $p_{total} = p_1 + p_2 = C$ (constante) e

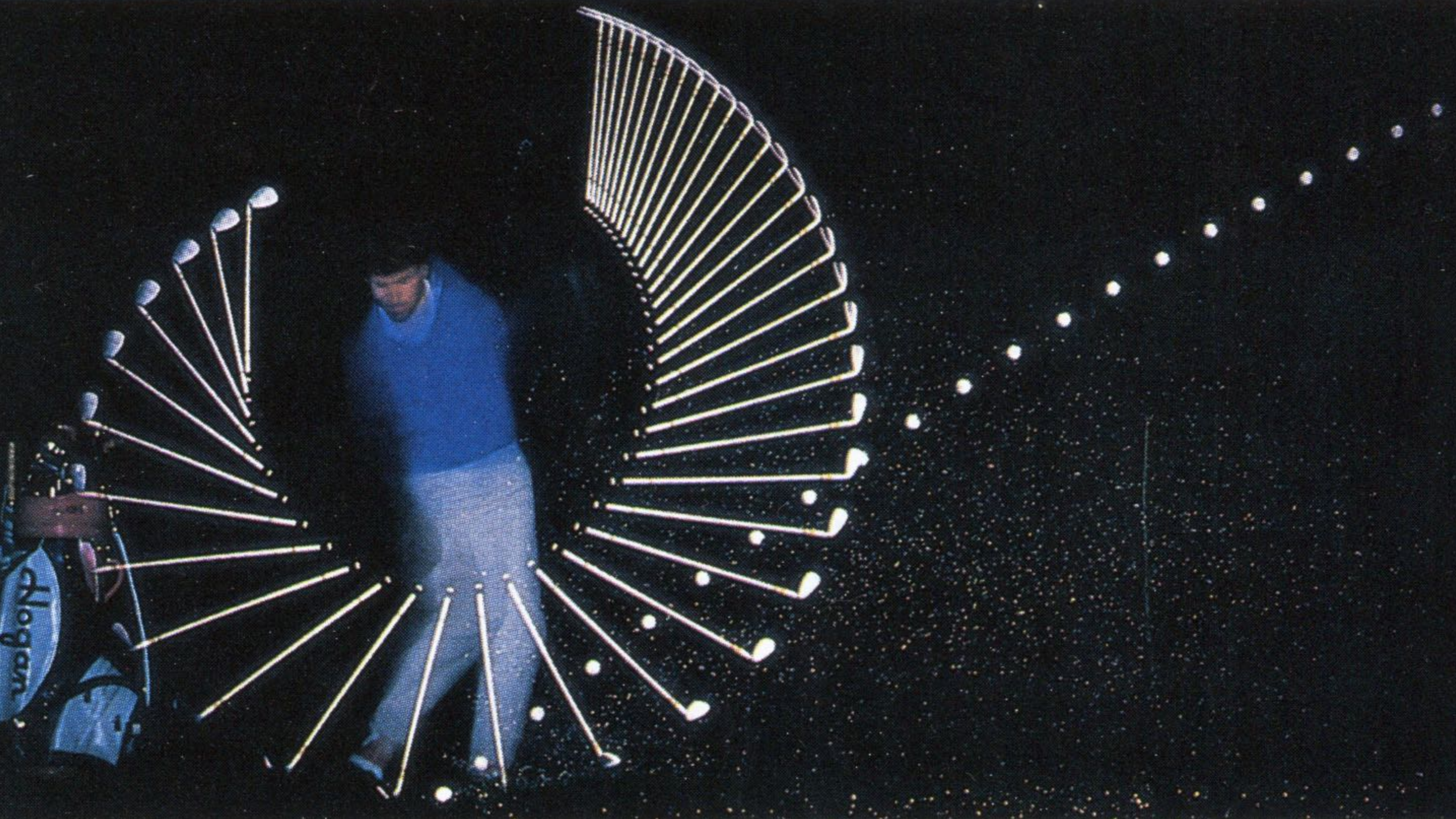
$$p_{1i} + p_{2i} = p_{1f} + p_{2f}$$

- Os momentos totais em todas as direções x,y e z são conservados independentemente. Lei da conservação do momento linear. Quando duas partículas isoladas e sem carga interagem uma com a outra, o seu momento total permanece constante. Isto é, o momento total de um sistema isolado não varia com o tempo e é igual ao inicial.
- O momento é constante para um sistema de duas partículas independentemente da natureza da força, desde que essa força seja interna. E o mesmo argumento poderá ser aplicado a um sistema isolado com muitas partículas.

- **Problema:** uma máquina dispara bolas com uma massa de 0,15 kg a uma velocidade de $36\mathbf{i}$ m/s. Se a máquina tiver uma massa de 50 kg, qual será a velocidade de recuo da máquina após disparar uma bola, considerando que a máquina poderá deslizar sem atrito na superfície onde está?

$-0,11\mathbf{i}$ m/s

Impulso e momento



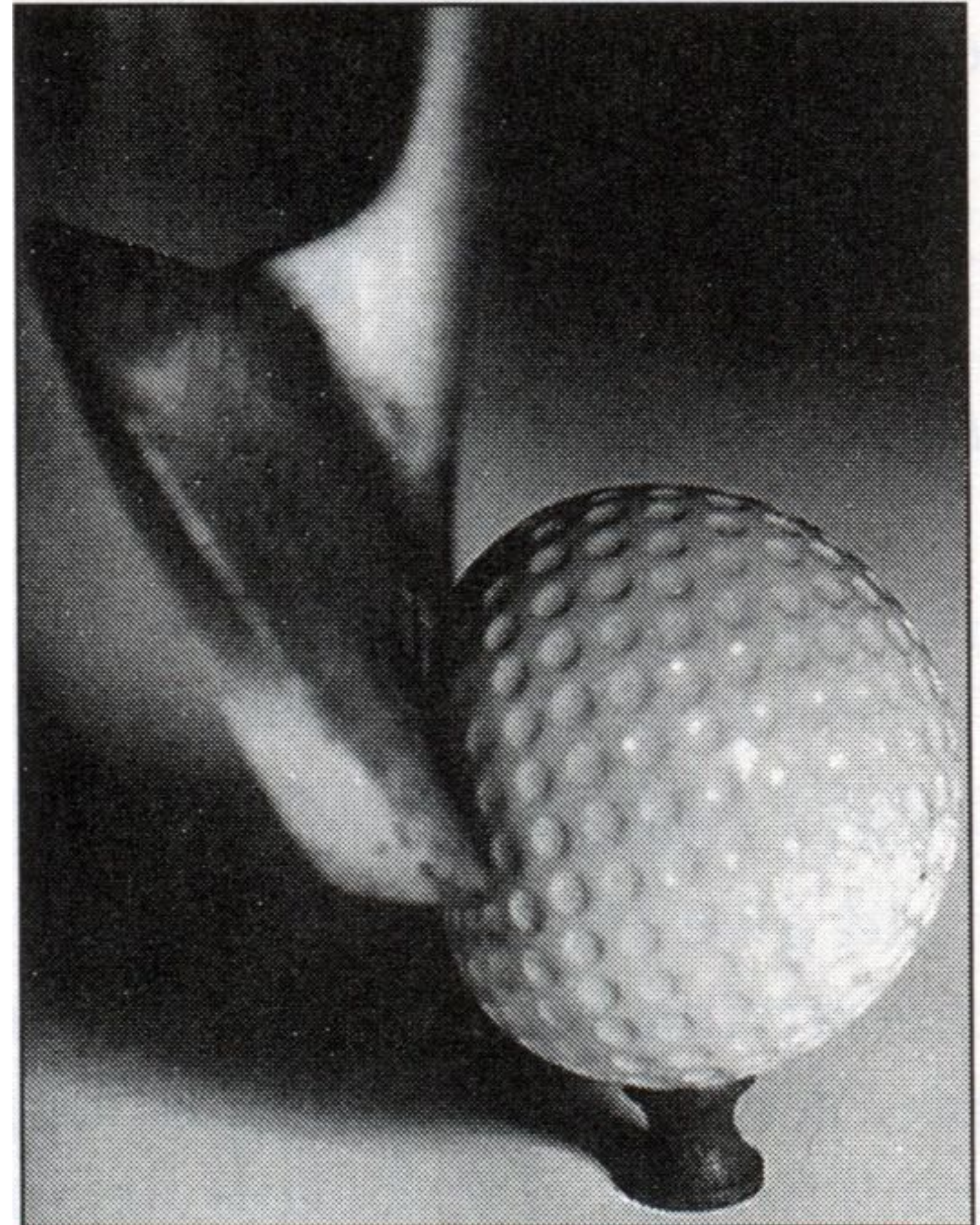
Impulso

- O impulso é o vector definido por:

$$I = \Delta p$$

- Isto é, o impulso da força F é igual à variação do momento da partícula.
- Isto é o **teorema do impulso-momento** e é equivalente à segunda lei de Newton.

$$I = \Delta p = F_{\text{média}} \Delta t$$



- **Problema:** um automóvel de 1500 kg colide com uma parede. As velocidades inicial e final do automóvel foram $\mathbf{v}_i = -15,0\mathbf{i}$ m/s e $\mathbf{v}_f = 2,6\mathbf{i}$ m/s. Se a colisão tiver durado 0,150 s, qual foi o impulso causado pela colisão e qual a força média exercida no automóvel?

$$p_i = (-15,0\mathbf{i} \text{ m/s})(1500 \text{ kg})$$

$$p_f = (2,6\mathbf{i} \text{ m/s})(1500 \text{ kg})$$

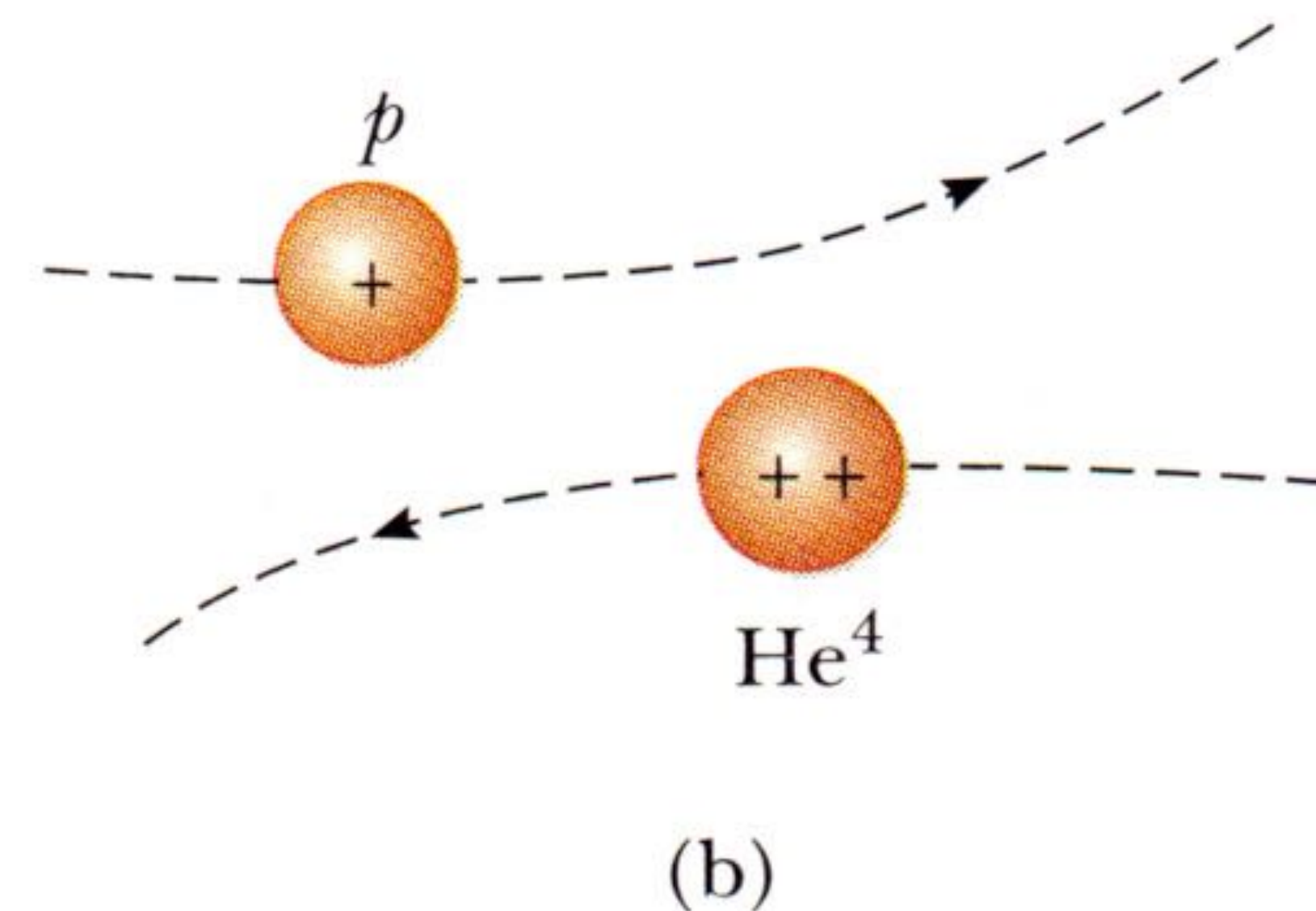
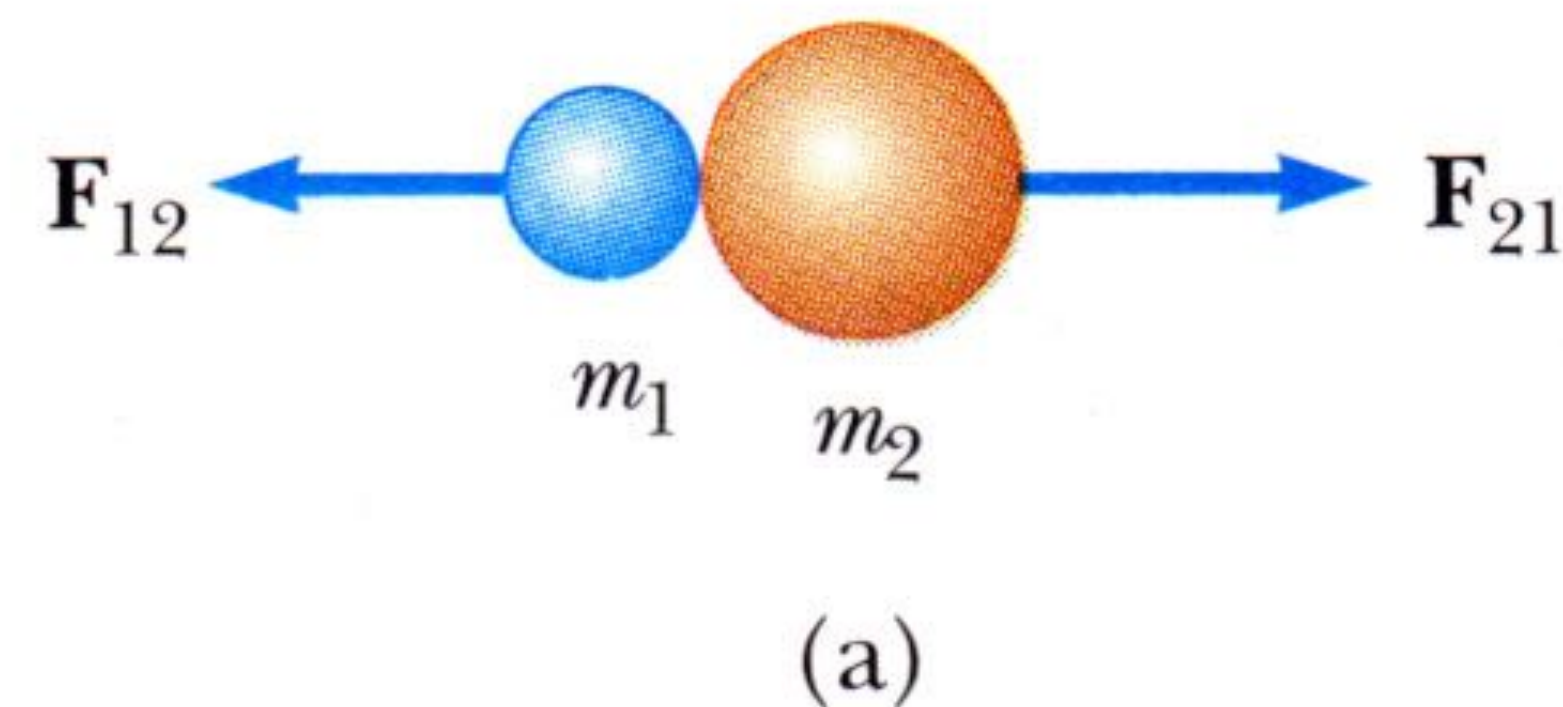
$$I = \Delta p = p_f - p_i$$

$$F_{\text{média}} = \Delta p / \Delta t$$

Colisões

O que acontece quando partículas colidem

- O termo colisão descreve o evento em que duas partículas se tocam durante um momento assim causam forças impulsivas uma na outra.
- (a) A colisão entre dois objectos como resultado de contacto físico directo.
- (b) A «colisão» entre duas partículas carregadas que resulta na mudança de direcção para cada uma delas. Neste caso as forças de acção-reacção são electrostáticas e não há contacto físico directo.

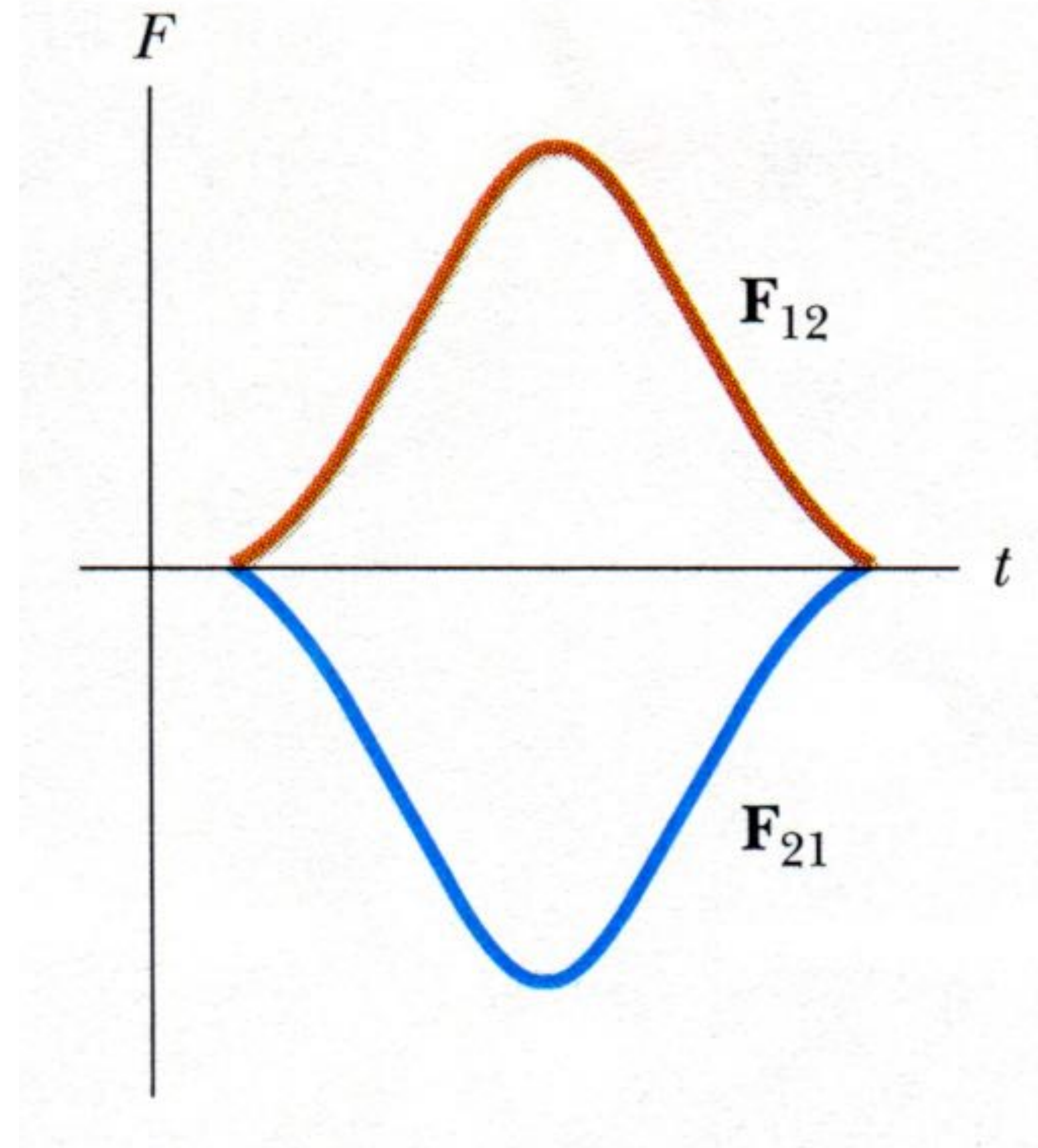


Forças de impulso durante a colisão

$$\Delta p_1 = -\Delta p_2$$

- As forças de impulso em função do tempo para as duas partículas em colisão da figura (a) anterior. É de notar que

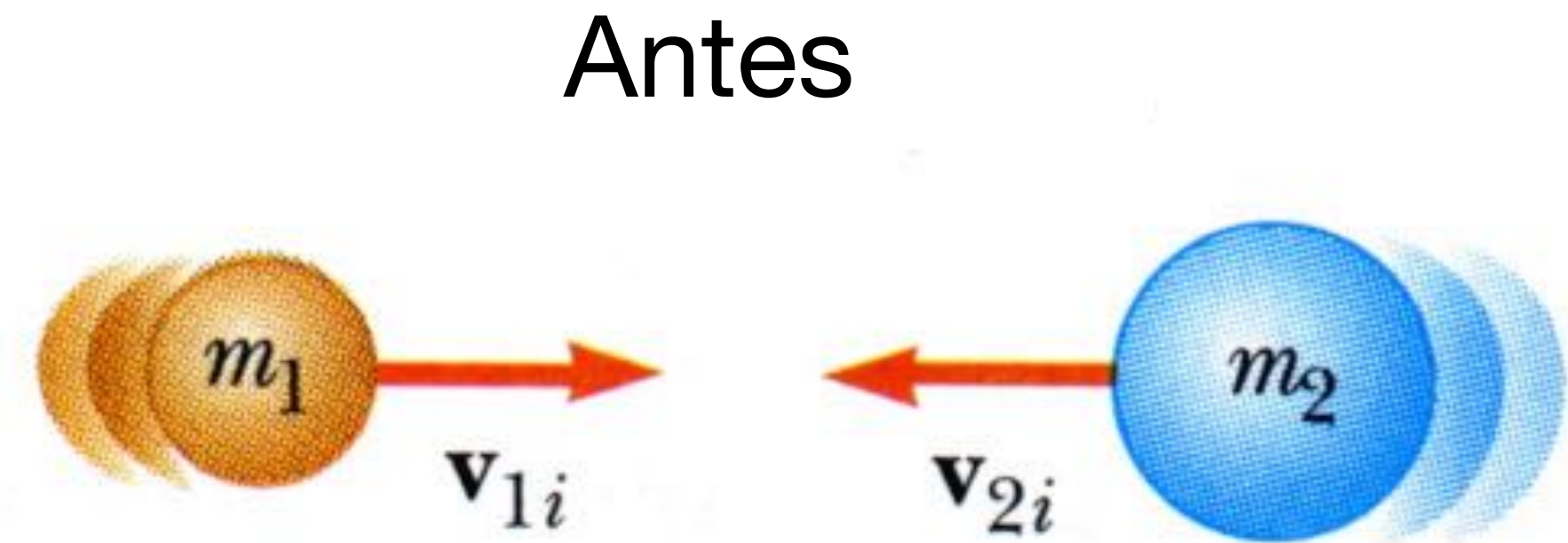
$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$$



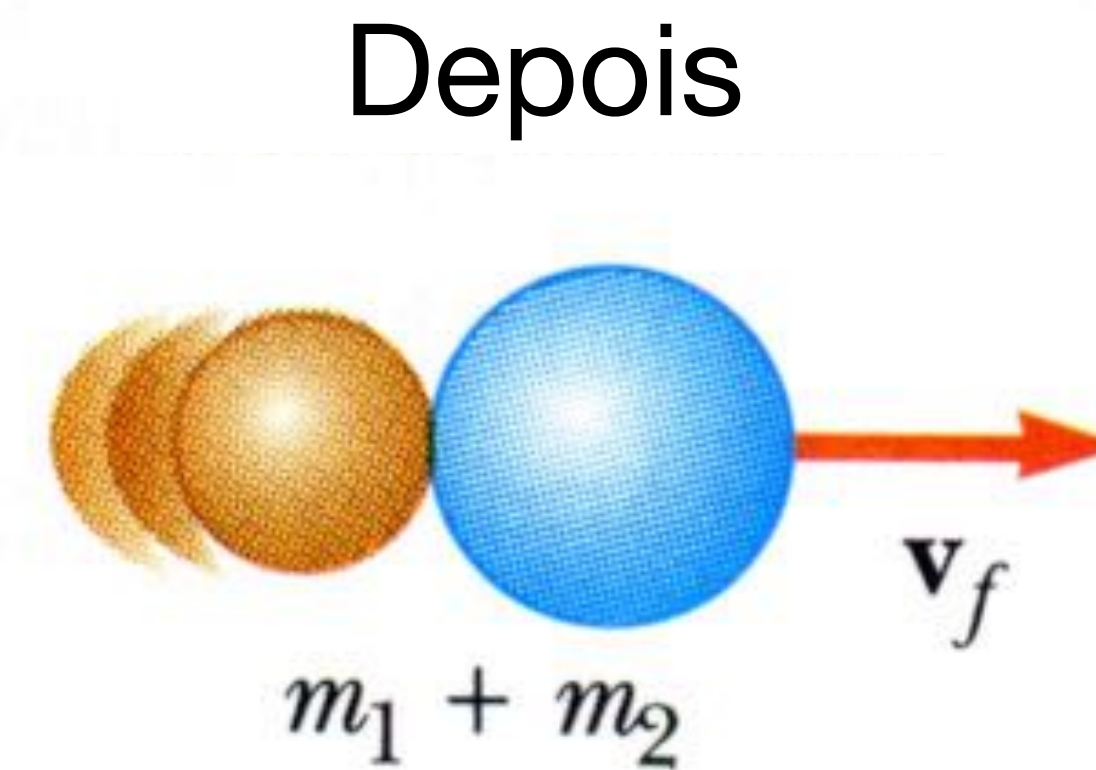
Colisões inelásticas

- Na figura vê-se uma colisão perfeitamente inelástica
- Considere-se que as partículas de massa m_1 e m_2 se movem com velocidades $\mathbf{v}_1$ e $\mathbf{v}_2$. Se as duas partículas colidirem de frente, permanecerem juntas e mover-se com a velocidade $\mathbf{v}_f$, então a colisão foi **perfeitamente inelástica**. O momento total antes da colisão é igual ao momento do sistema composto depois da colisão.

$$\mathbf{v}_f = (m_1 \mathbf{v}_{1i} + m_2 \mathbf{v}_{2i}) / (m_1 + m_2)$$



(a)



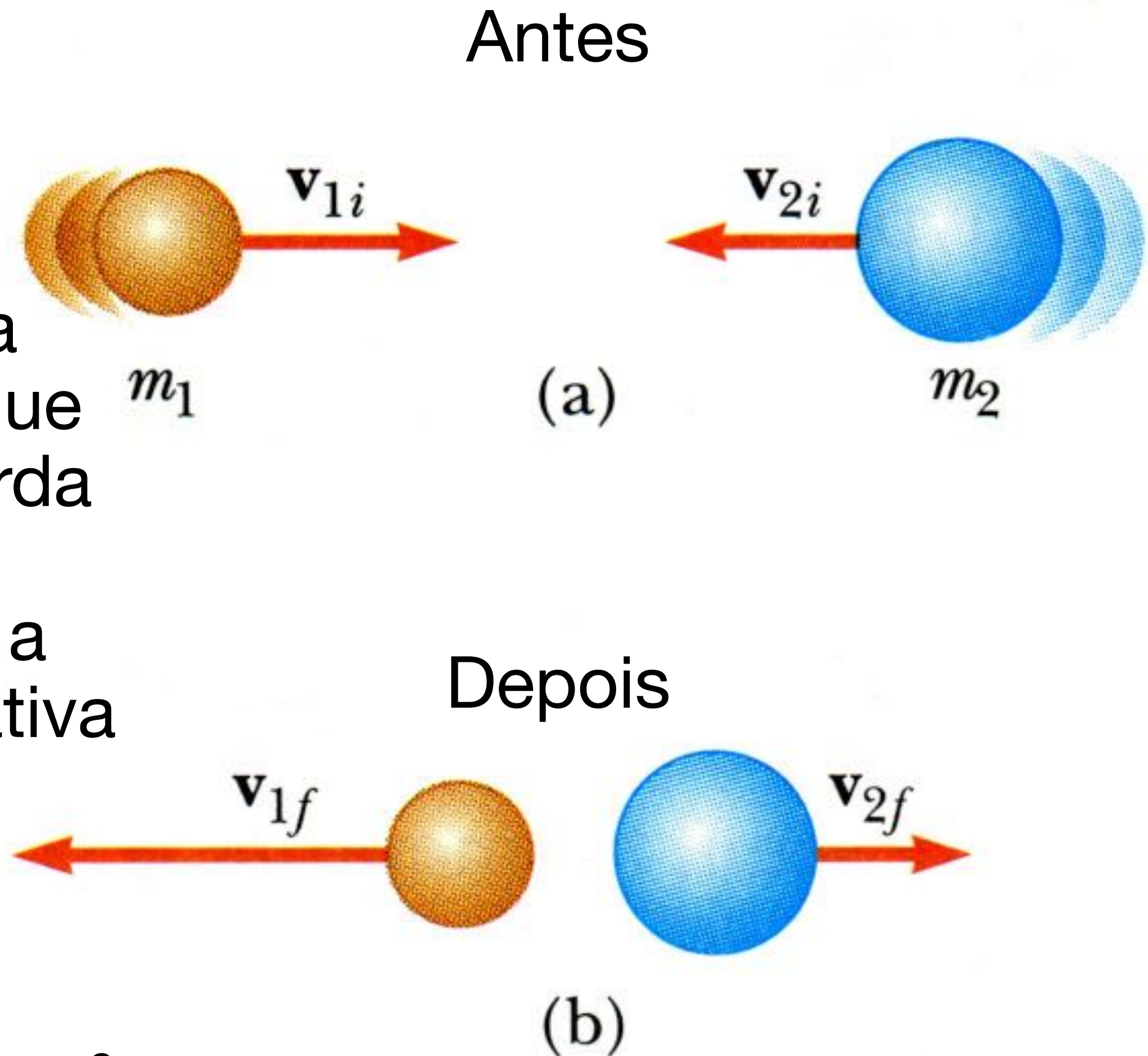
(b)

Colisões elásticas

- Se duas partículas tiverem uma colisão elástica frontal, quer o momento, quer a energia cinética serão constantes. Porque todas as velocidades são para a esquerda ou para a direita, poderão ser representadas pela rapidez: positiva se a partícula se mover para a direita e negativa se se mover para a esquerda.

$$m_1 \mathbf{v}_{1i} + m_2 \mathbf{v}_{2i} = m_1 \mathbf{v}_{1f} + m_2 \mathbf{v}_{2f}$$

$$\frac{1}{2}m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2}m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2f}^2$$



- **Problema:** um bloco de massa $m_1 = 1,60$ kg move-se para a direita com uma rapidez de $v_1=4,00$ m/s numa pista horizontal sem atrito. Este bloco colide com uma mola ligada a outro bloco com massa $m_2 = 2,10$ kg que se movia para a esquerda com uma velocidade de $2,5$ m/s. A mola tem uma constante de $k = 600$ N/m. No instante em que m_1 se move com uma rapidez de $3,00$ m/s qual é a rapidez de m_2 ?

$$m_{1i}v_{1i} + m_{2i}v_{2i} = m_{1f}v_{1f} + m_{2f}v_{2f}$$

$$v_{2f} = -1,74 \text{ m/s}$$

E que distância foi a mola comprimida nesse momento?

$$\frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2i}^2 = \frac{1}{2}m_1v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2f}^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

$$x = 0,173 \text{ m}$$

O pêndulo balístico

- O pêndulo balístico é um sistema usado para medir a velocidade de um projectil que se mova a grande velocidade (ex.: bala) (a). A bala é disparada contra um bloco de madeira suspenso por fios ligeiros. O bloco pára a bala e o sistema oscila até à altura h . Como a colisão é perfeitamente inelástica e o momento é conservado, podemos calcular a velocidade do sistema bala-bloco imediatamente após a colisão. Aparato experimental em (b).

- Imediatamente após a colisão a energia cinética é:

$$K = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_f^2$$

- Com $v_{2i} = 0$ temos

$$v_f = (m_1 v_{1i}) / (m_1 + m_2)$$

- E assim a energia cinética K é

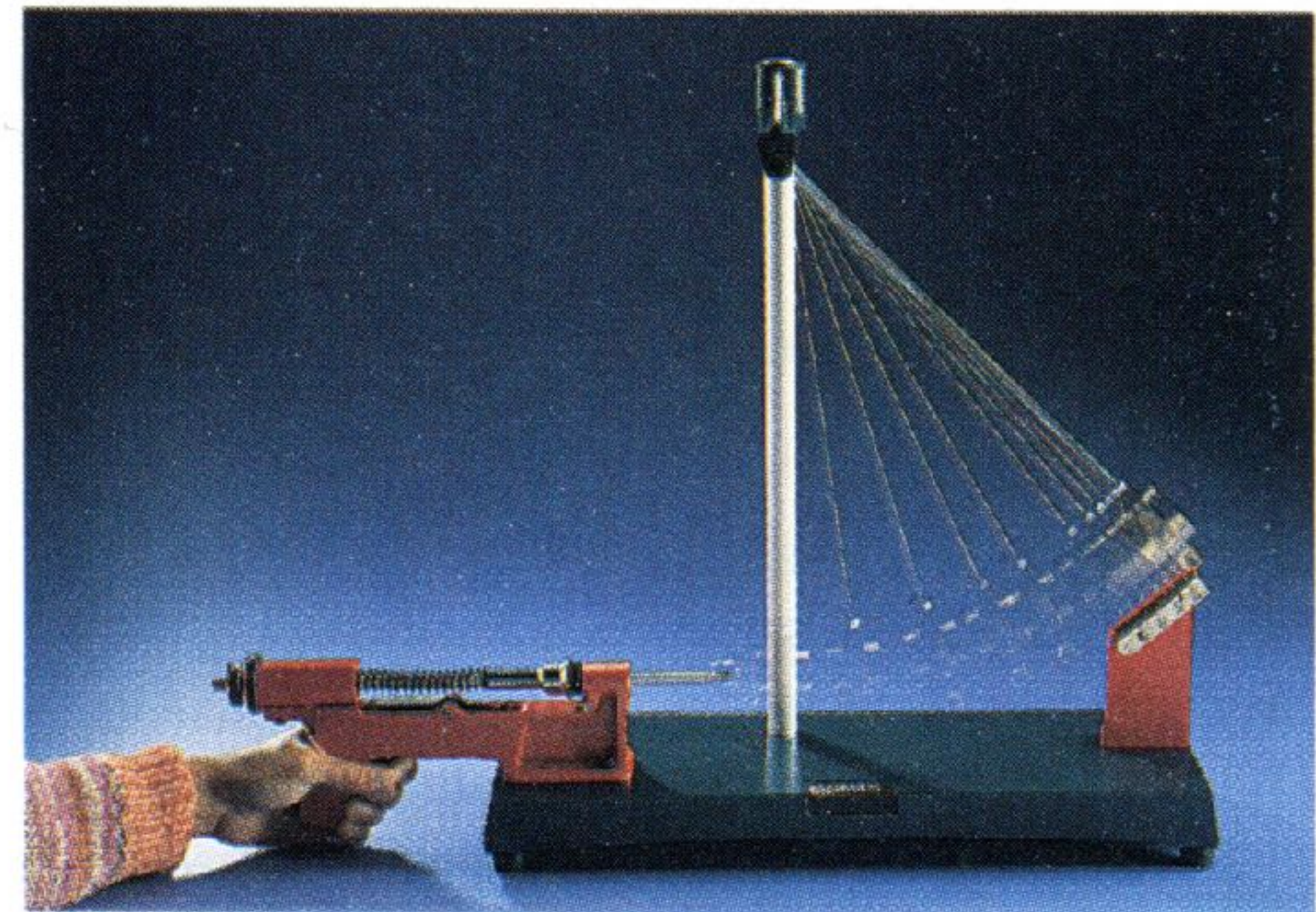
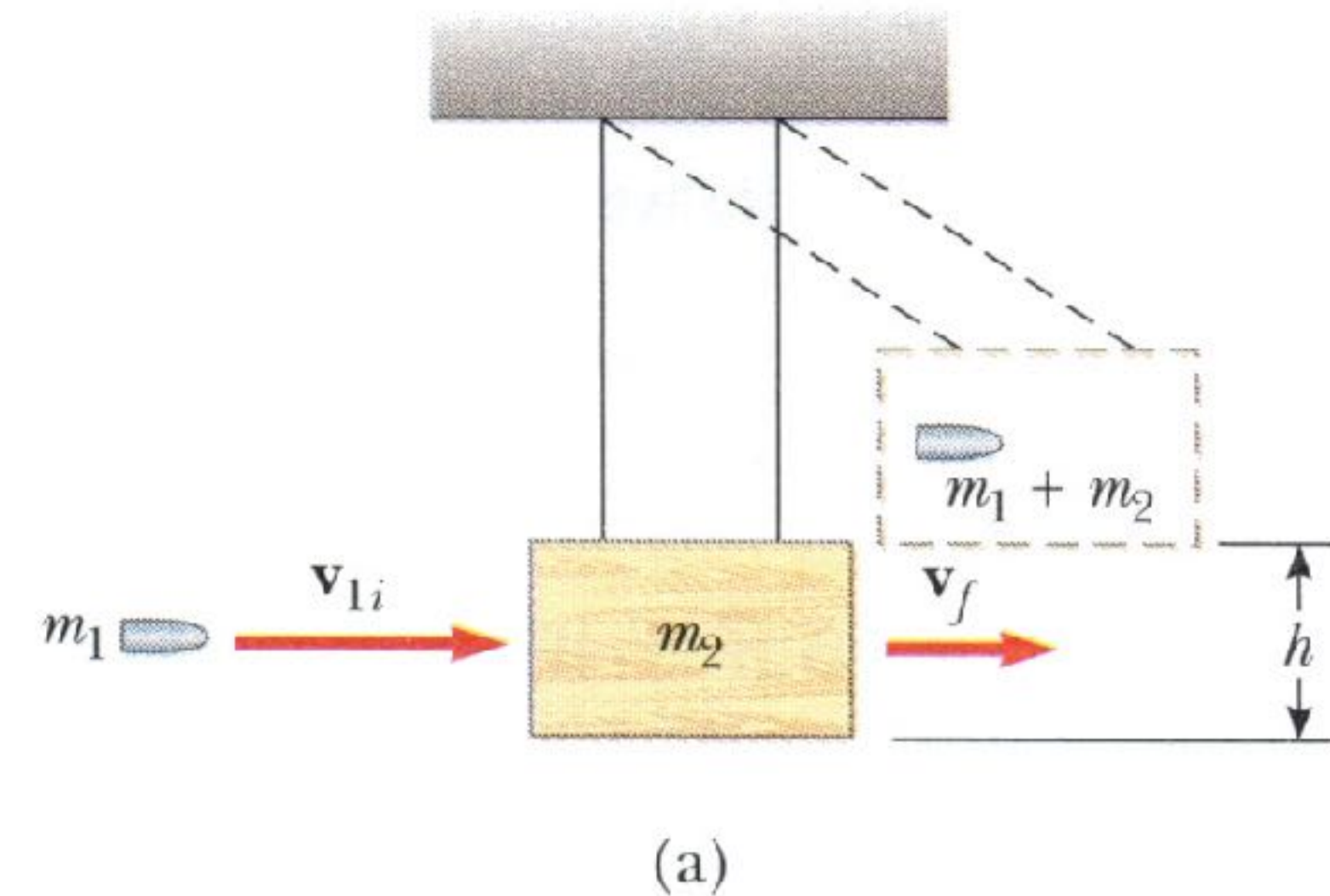
$$K = (m_1^2 v_{1i}^2) / [2(m_1 + m_2)]$$

- Este K é inferior ao K inicial, pois alguma da energia cinética foi transformada em energia potencial na altura h . Assim:

$$(m_1^2 v_{1i}^2) / [2(m_1 + m_2)] = (m_1 + m_2) g h$$

$$v_{1i} = [(m_1 + m_2) / m_1] \sqrt{2 g h}$$

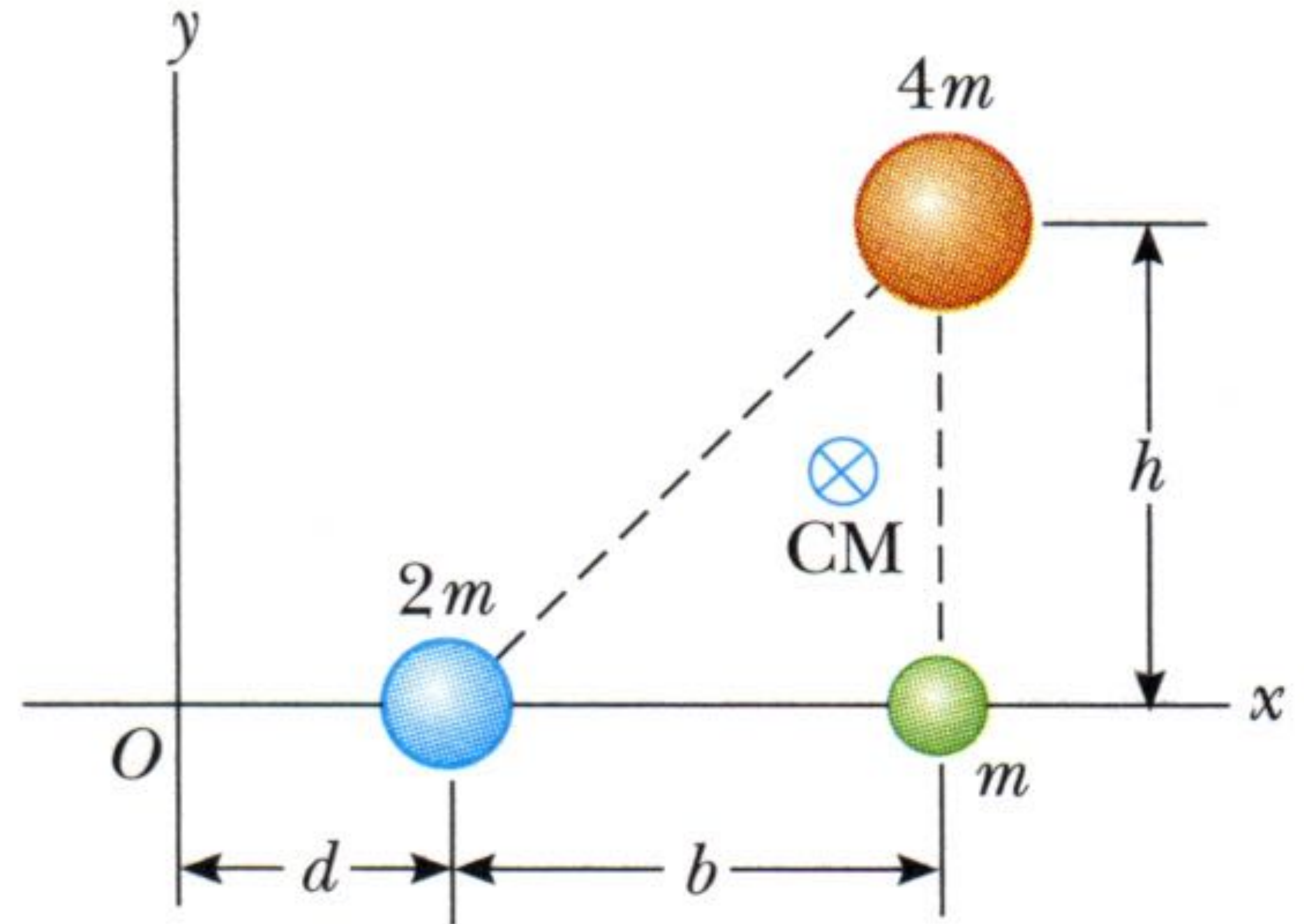
- Portanto, será possível calcular a rapidez inicial da bala medindo h e as duas massas.



Centro de massa

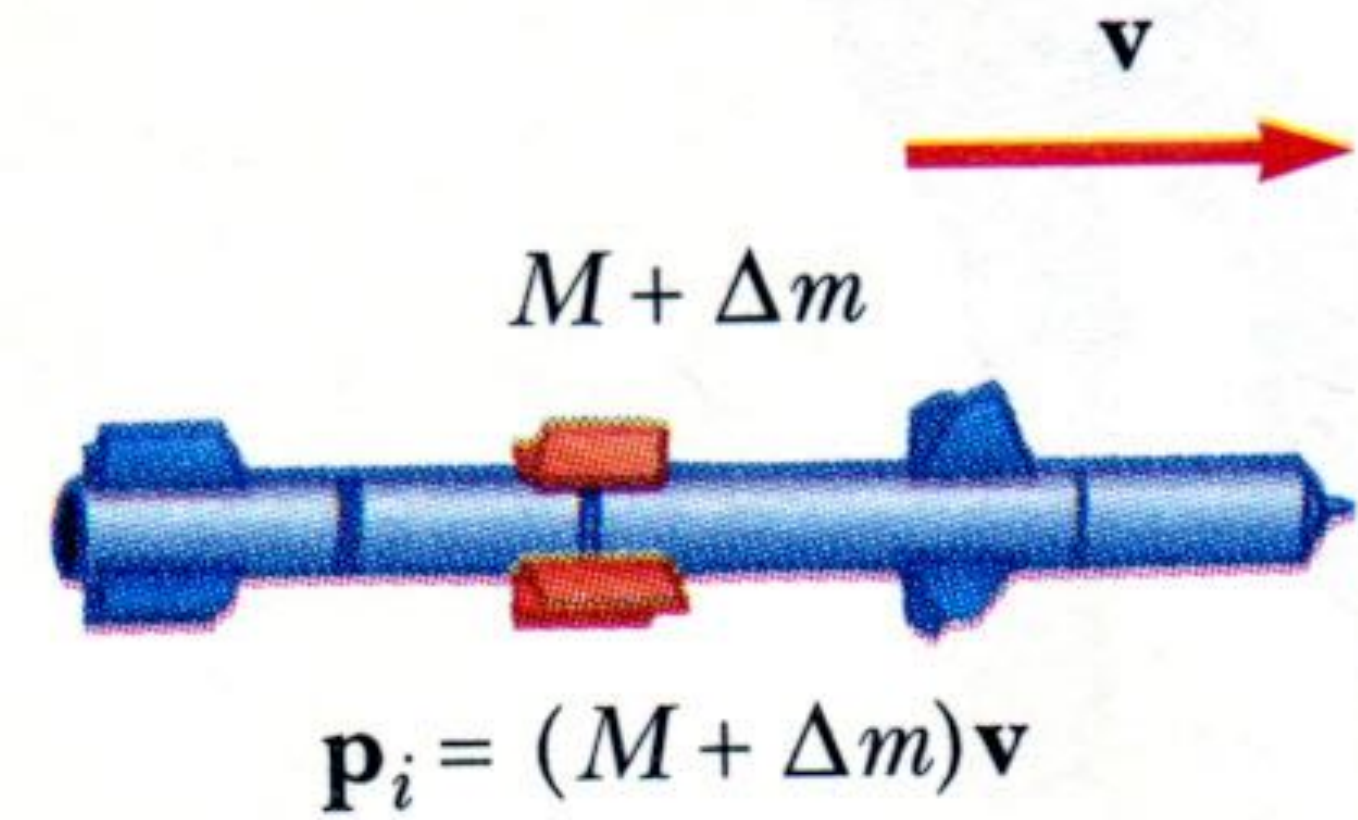
Voltando à vaca fria...

- Como calcularíamos este CM?

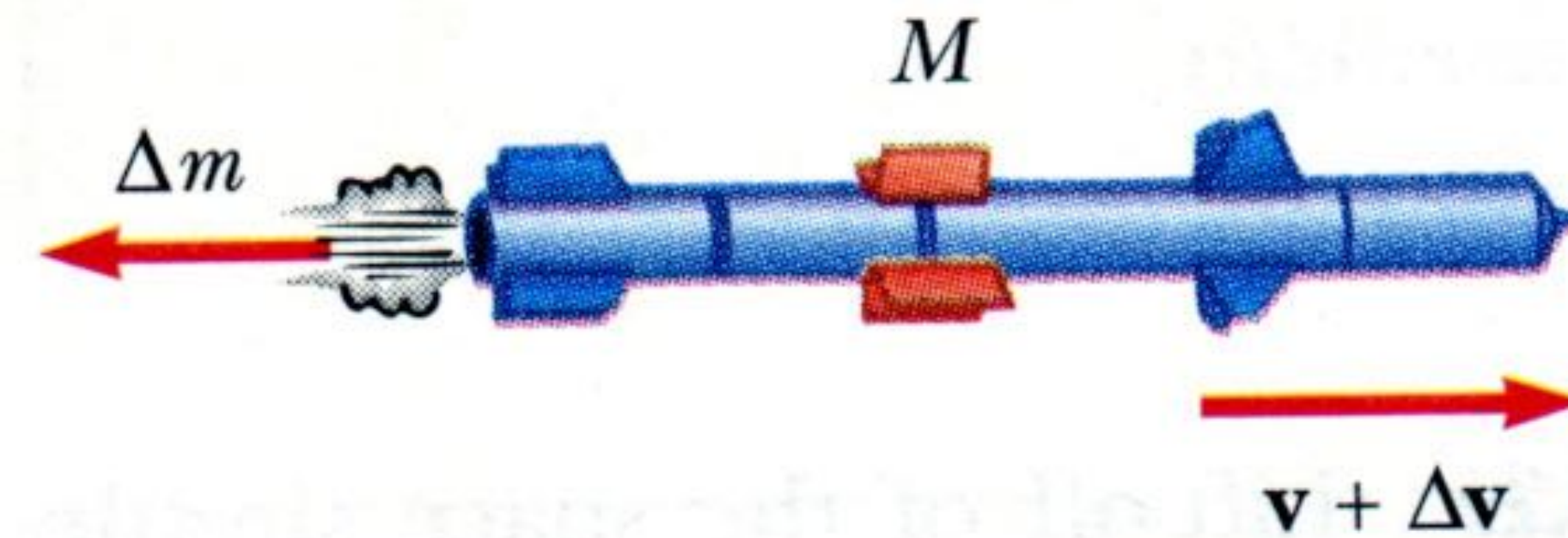


Foguetes e foguetões

- A seguir...

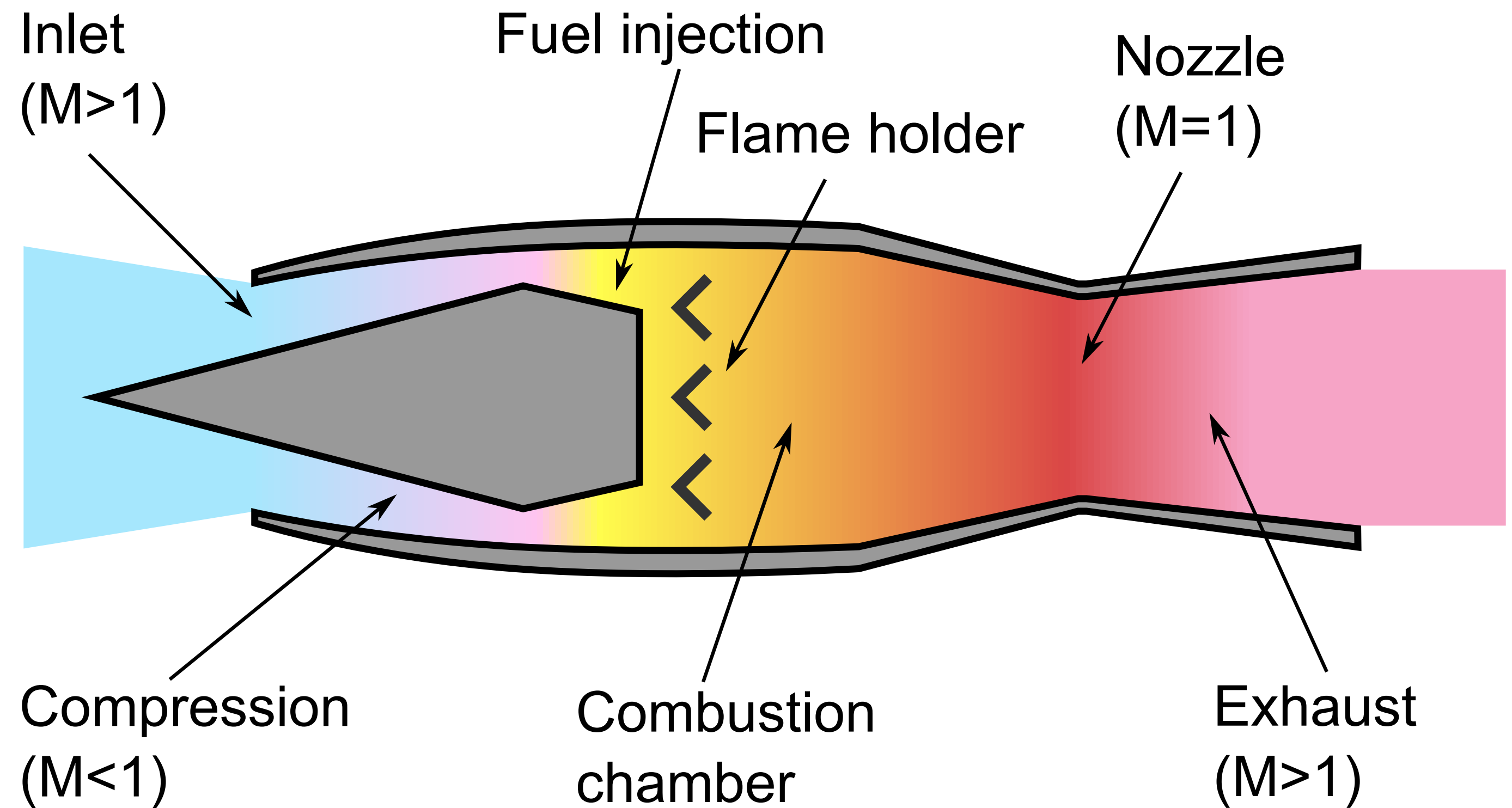


(a)

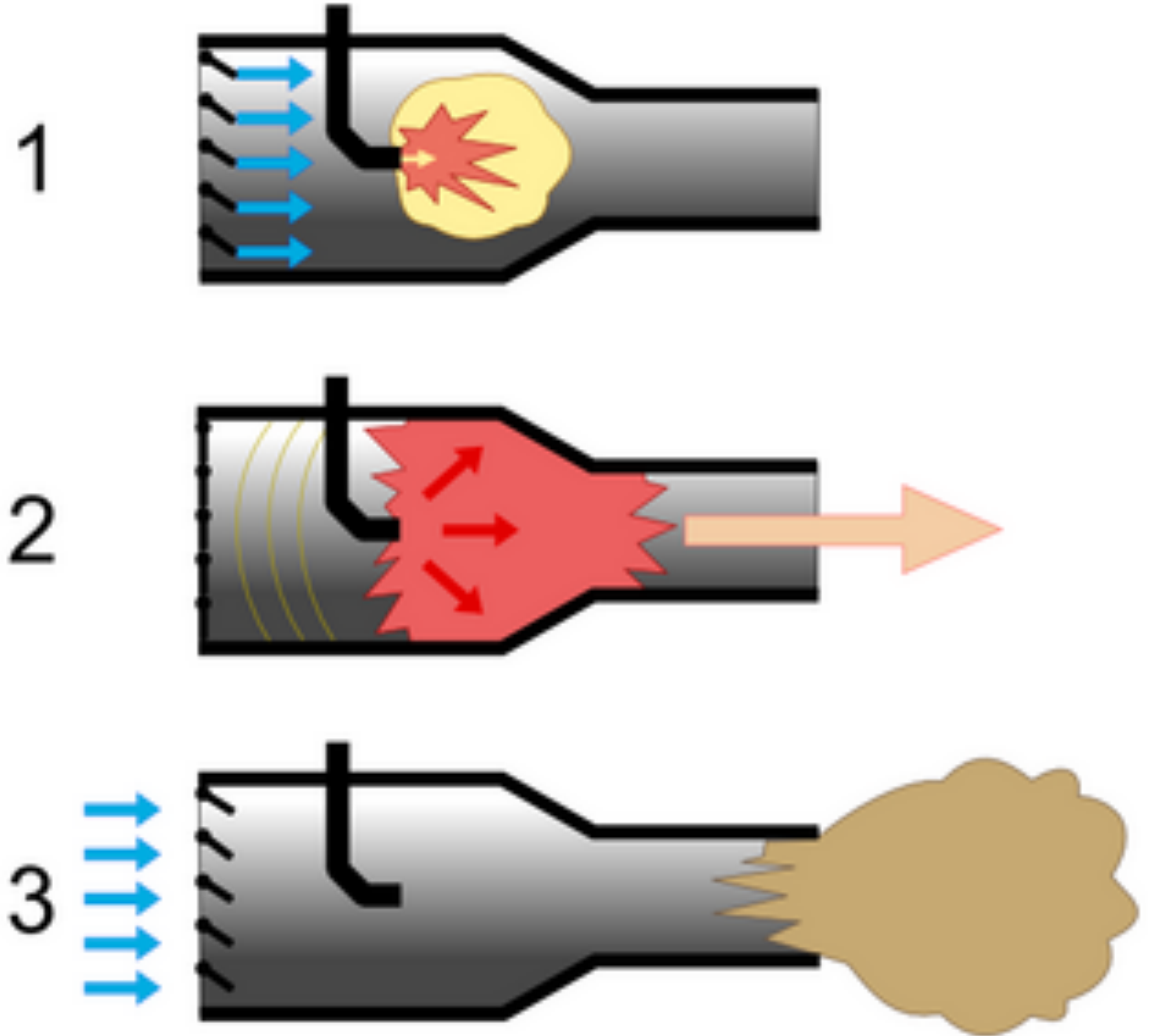


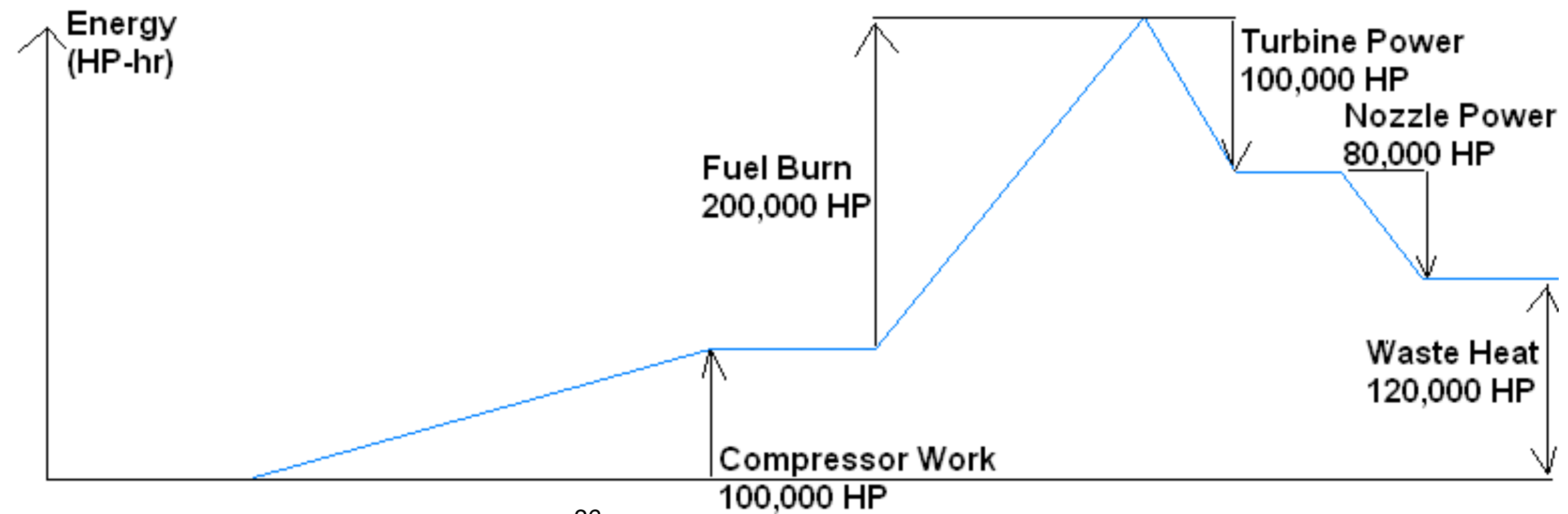
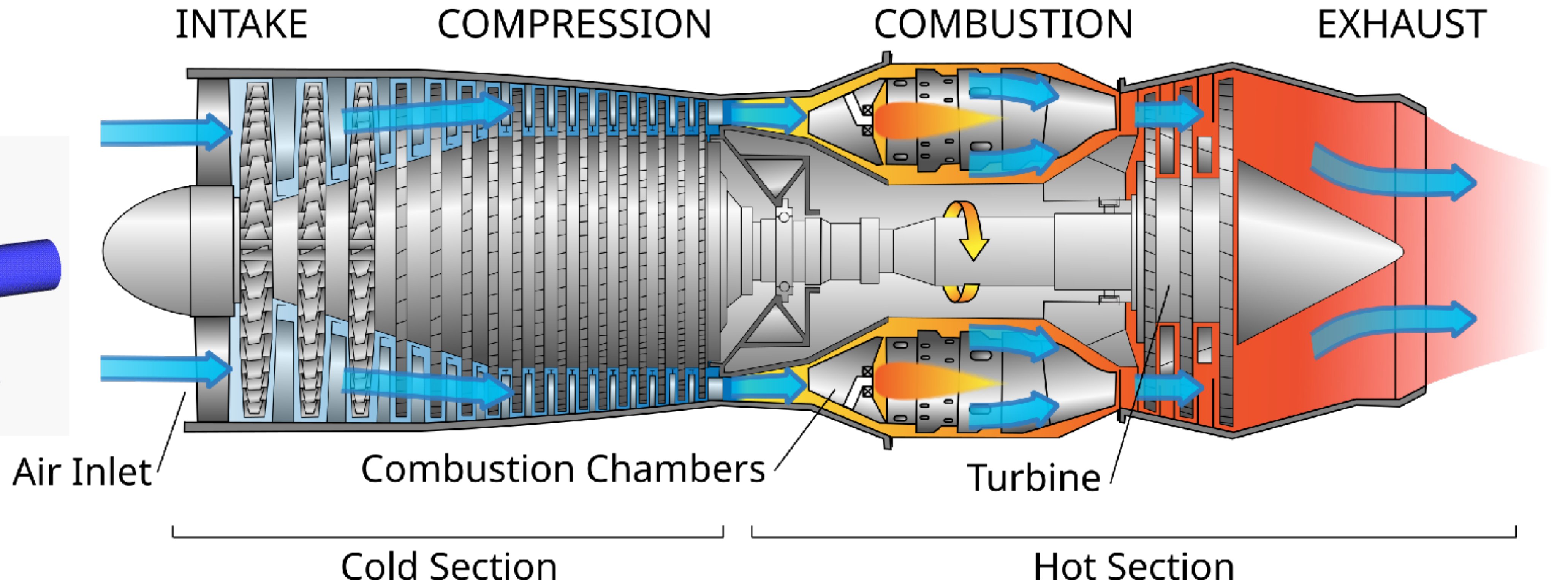
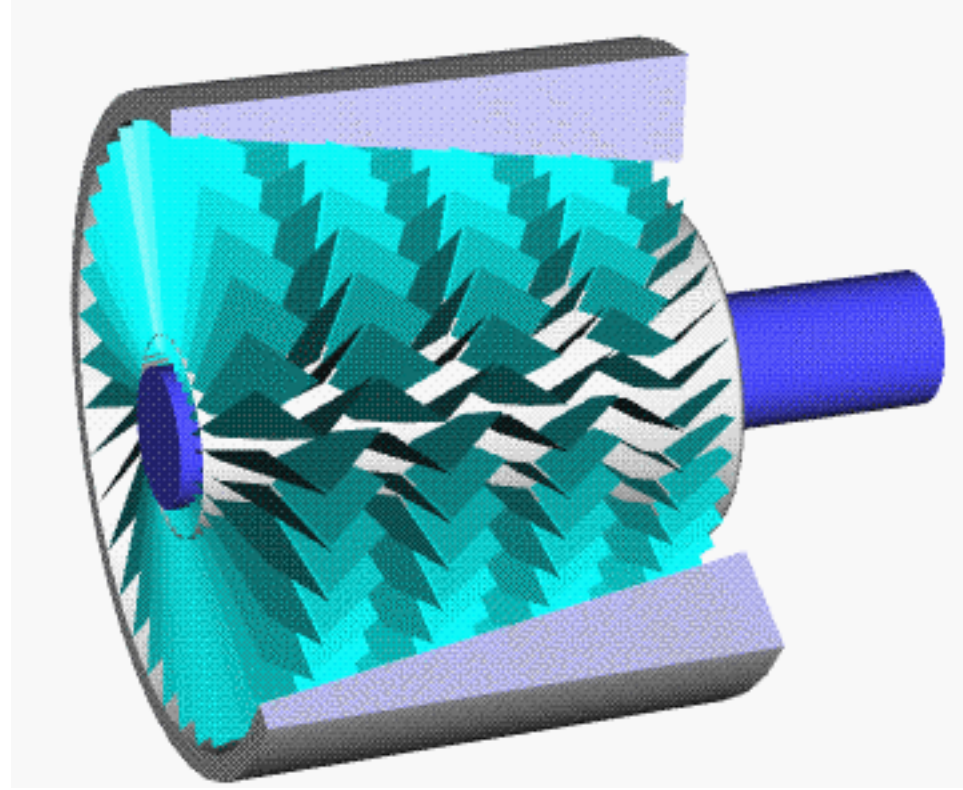
(b)

Estatoreactor



Pulsoreactor





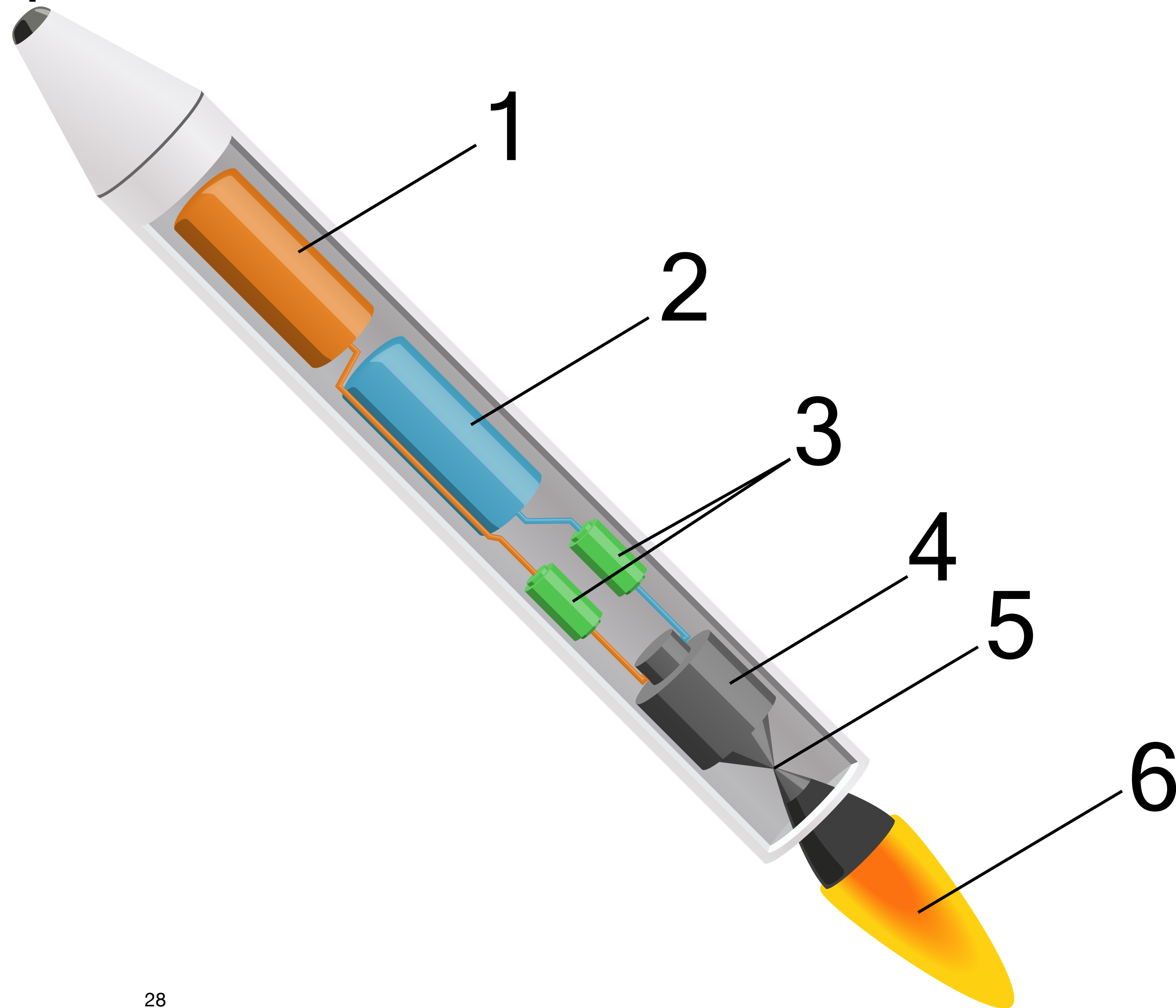
Turboreactor

Foguete (combustível sólido)



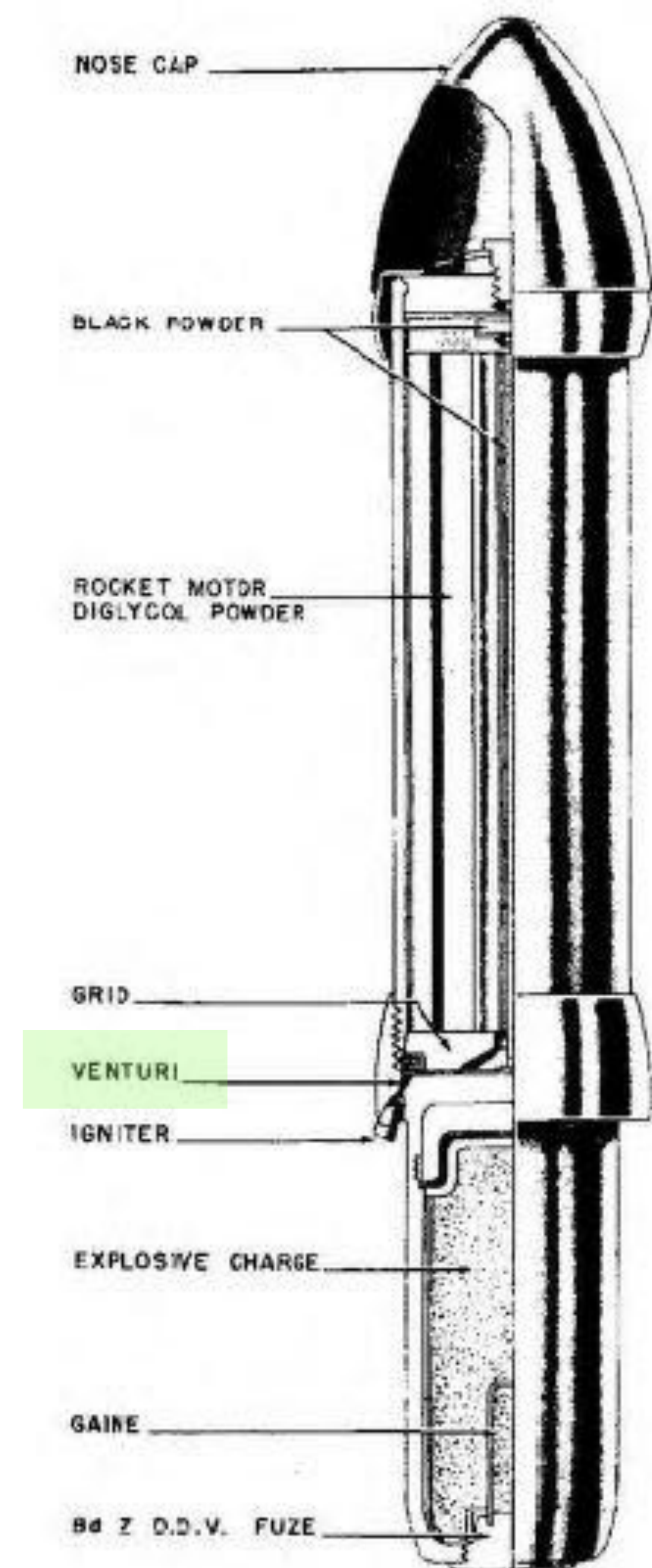
Foguetão a combustível líquido

1. Combustível líquido
2. Oxidante
3. Bombas injectoras para 1. e 2.
4. Câmara de combustão
5. Cúpula de expansão
6. Gases de combustão



15 cm Nebelwerfer 41

Projétil foguete de 15 cm



Placa de Venturi

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2),$$

pressão, viscosidade e velocidade

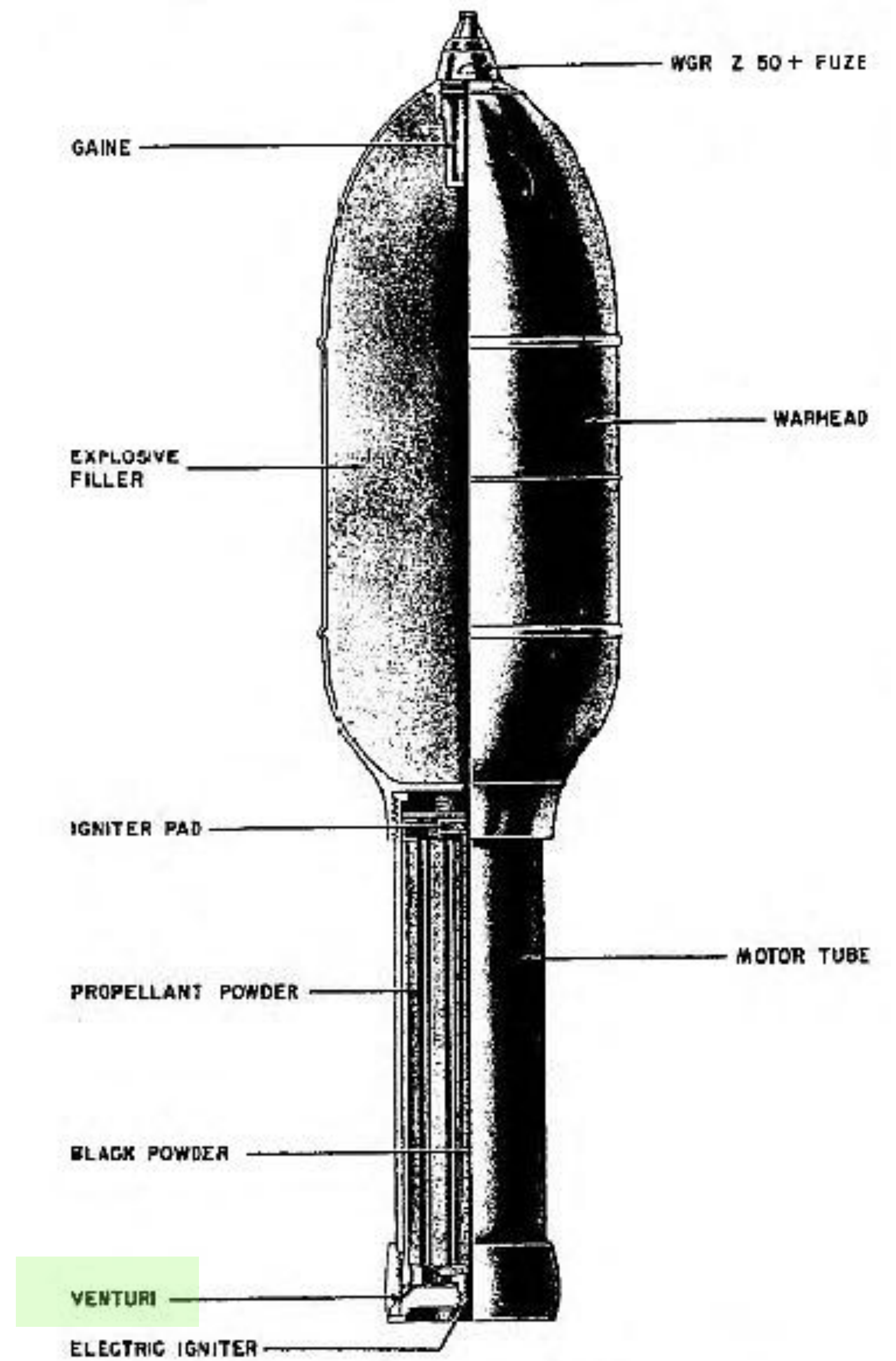




Nebelwerfer 41 de 15 cm

28 cm Wurfkörper Spr.

Projétil foguete de 28 cm





28 cm Wurfkörper Spreng
Projétil foguete de 28 cm



V-1

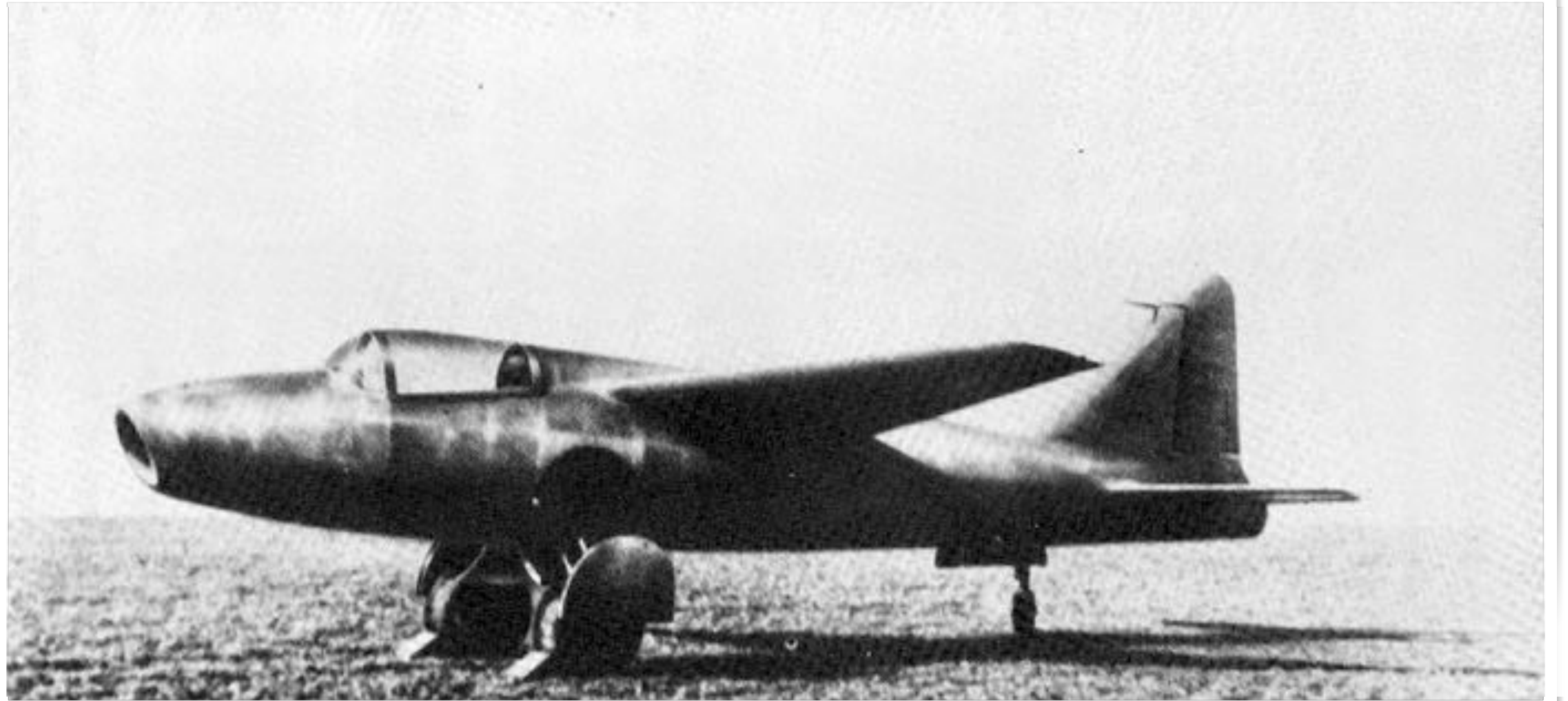


Vergeltungswaffe

Foguetes *Snowflake* como contra-medida



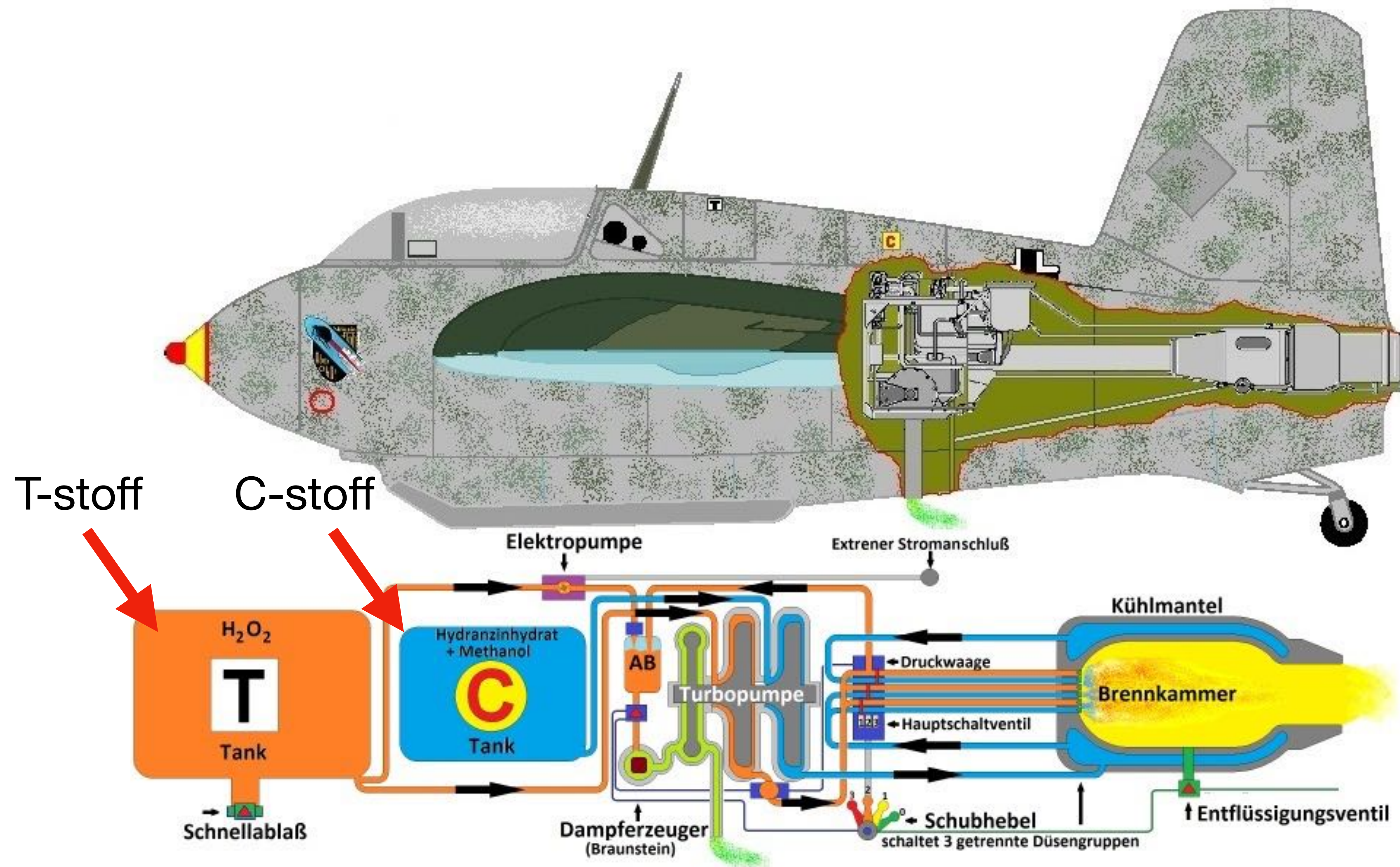
Heinkel He 178



Messerschmitt Me 163 Komet

- 1.º avião foguete
- 1.º avião com piloto a exceder 1000 km/h (1.130 km/h) em voo a direito
- *T-stoff* H_2O_2 de grande pureza (85%! a de farmácia tem 3–6%)
- Um máximo de 7,5 min. de voo a motor (o resto era a planar).

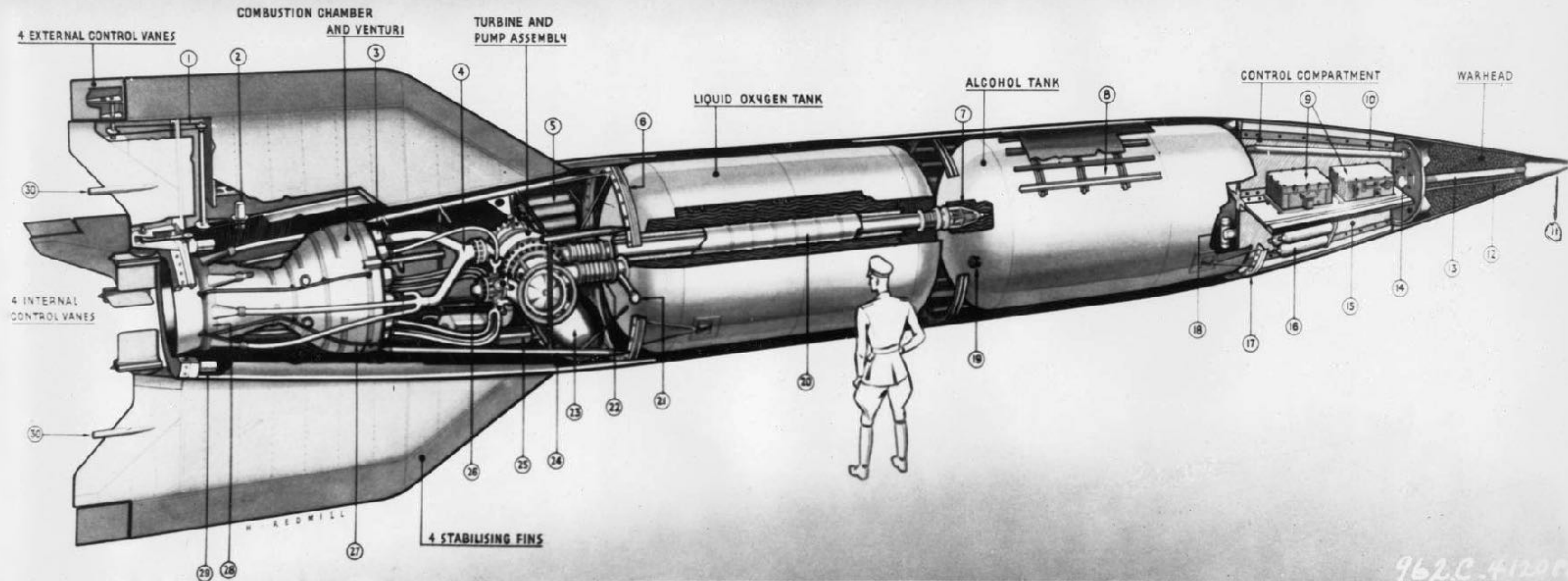




V-2

Vergeltungswaffe



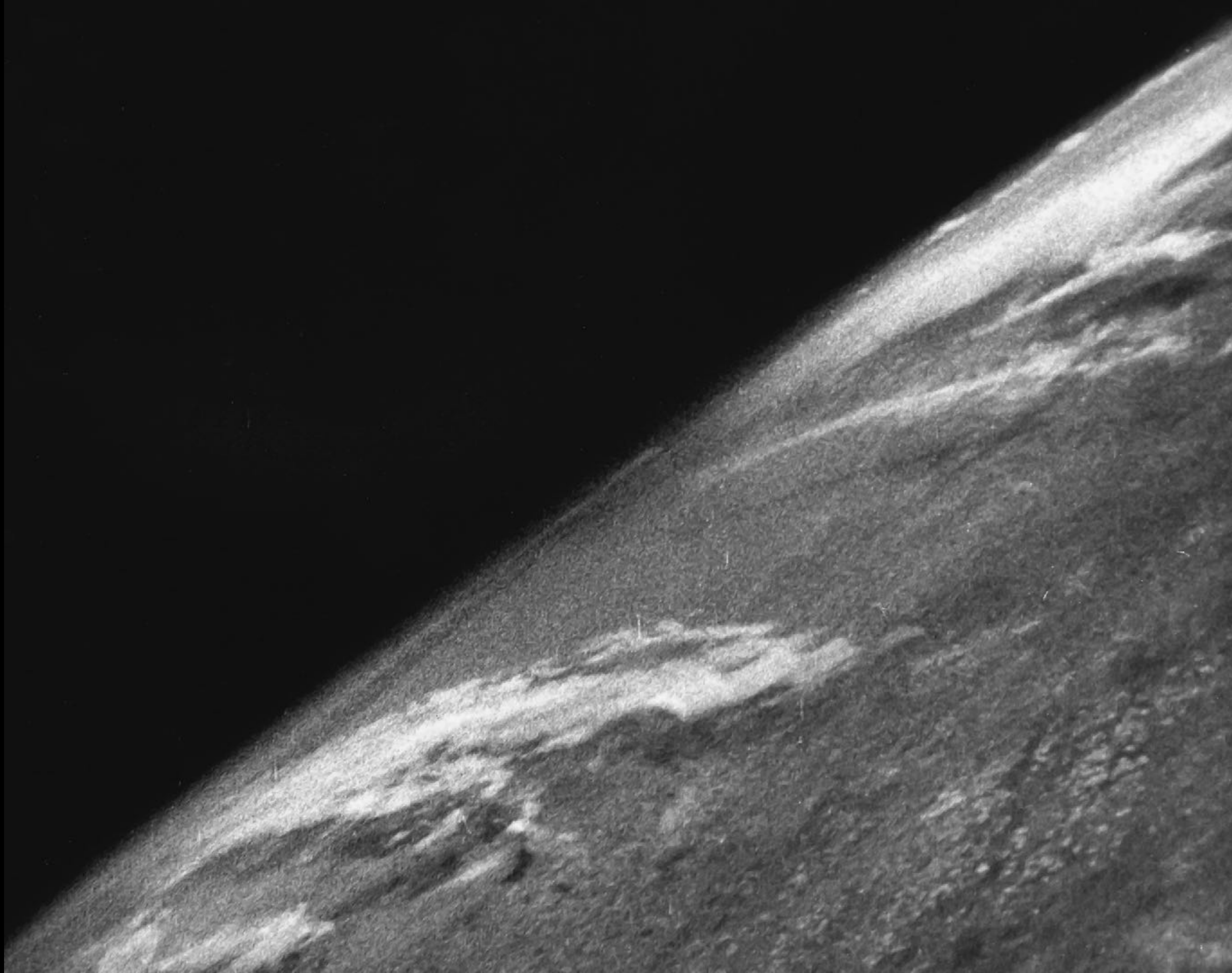


- 1 CHAIN DRIVE TO EXTERNAL CONTROL VALVE
- 2 ELECTRIC MOTOR
- 3 BURNER CUPS
- 4 ALCHOL SUPPLY FROM PUMP
- 5 AIR BOTTLES
- 6 REAR JOINT RING AND STRONG POINT FOR TRANSPORT
- 7 SERVO-OPERATED ALCOHOL CUTLET VALVE
- 8 ROCKET SHELL
- 9 RADIO EQUIPMENT
- 10 PIPE LEADING FROM ALCOHOL TANK TO WARHEAD

- 11 NOSE PROBABLY FITTED WITH NOSE SWITCH, OR OTHER DEVICE FOR OPERATING WARHEAD FUZE
- 12 CONDUIT CARRYING WIRES TO NOSE OF WARHEAD
- 13 CENTRAL EXPLODER TUBE
- 14 ELECTRIC FUZE FOR WARHEAD
- 15 PLYWOOD FRAME
- 16 NITROGEN BOTTLES
- 17 FRONT JOINT RING AND STRONG POINT FOR TRANSPORT
- 18 PITCH AND AZIMUTH GYROS
- 19 ALOCHOL FILLING POINT
- 20 DOUBLE WALLED ALCOHOL DELIVERY PIPE TO PUMP

- 21 OXYGEN FILLING POINT
- 22 CONCERTINA CONNECTIONS
- 23 HYDROGEN PEROXIDE TANK
- 24 TUBULAR FRAME HOLDING TURBINE AND PUMP ASSEMBLY
- 25 PERMANGANATE TANK (GAS GENERATOR UNIT BEHIND THIS TANK)
- 26 OXYGEN DISTRIBUTOR FROM PUMP
- 27 ALCOHOL PIPES FOR SUBSIDIARY COOLING
- 28 ALCOHOL INLET TO DOUBLE WALL
- 29 ELECTRO-HYDRAULIC SERVO MOTORS
- 30 AERIAL LEADS



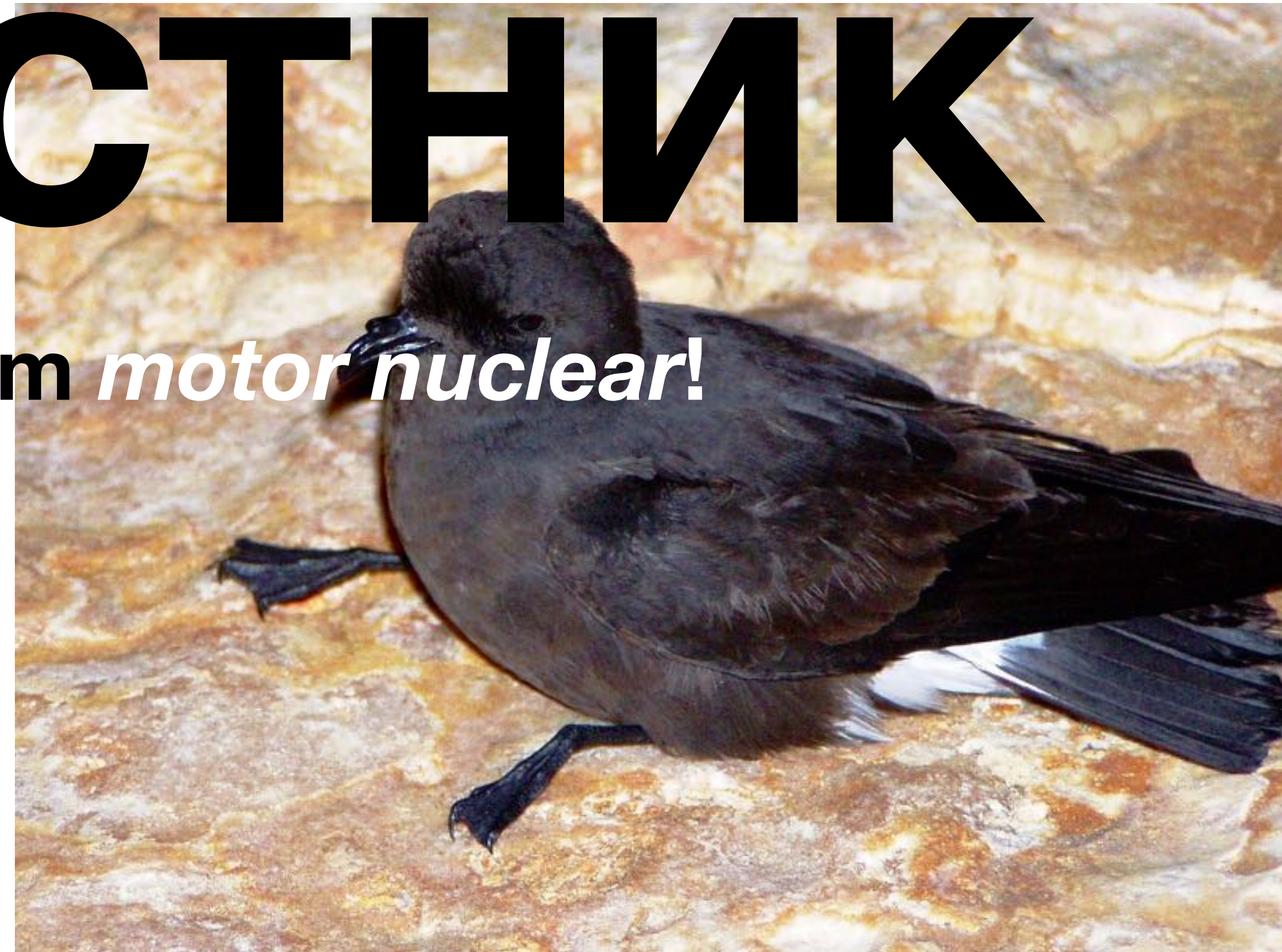




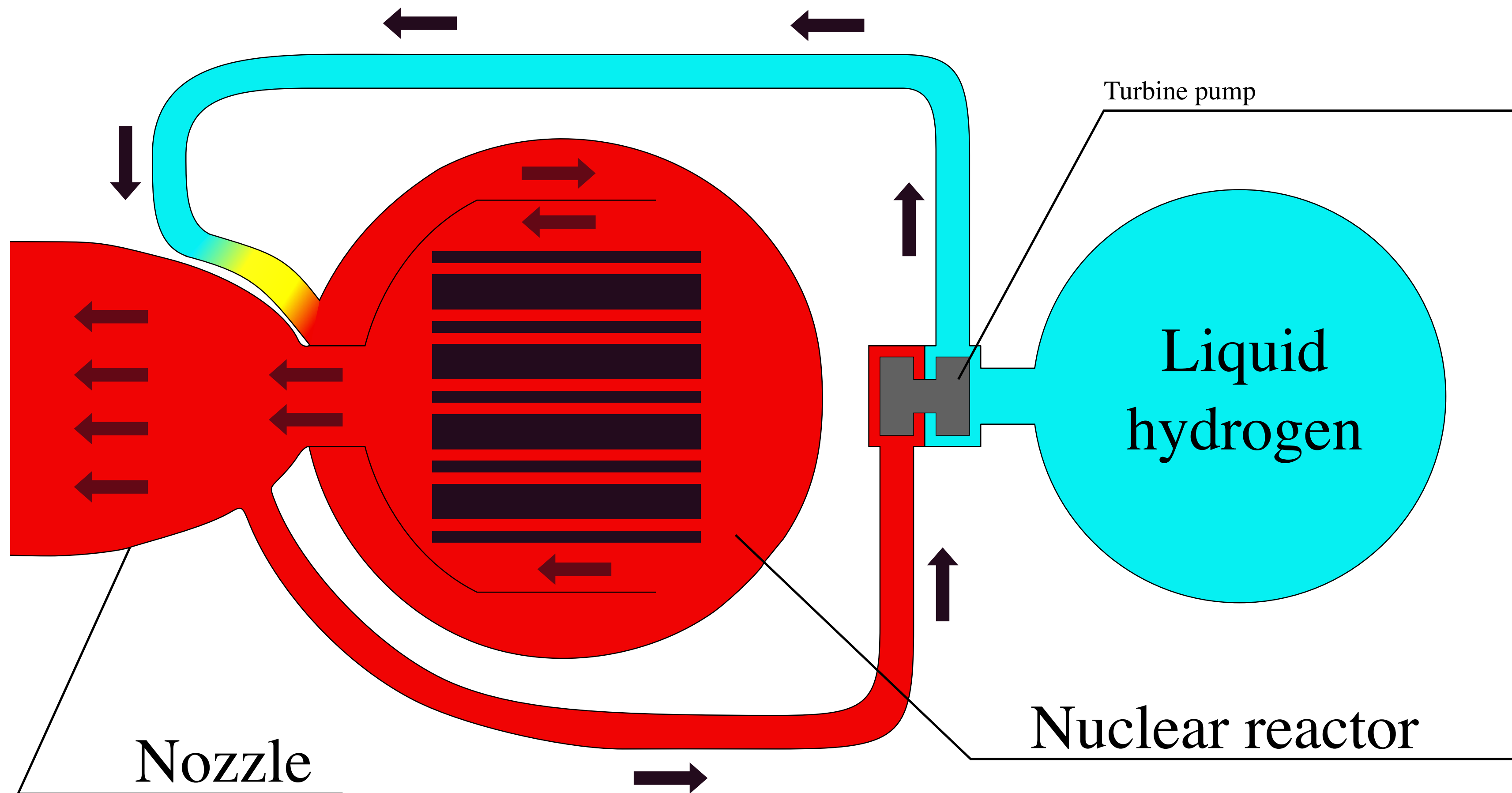
Me 163B
Komet

Burevestnik, БуреВЕСТНИК

Míssil de cruzeiro russo com *motor nuclear!*



Foguetão térmico-nuclear



**Mas o mais certo será ter um
estatoreactor ou um turboreactor...**