

Física — 12.º ano

06 — Trabalho e energia mecânica.
Forças dissipativas.



José Pedro do Amaral zp.amaral@colegiodestomas.com

1954–1957

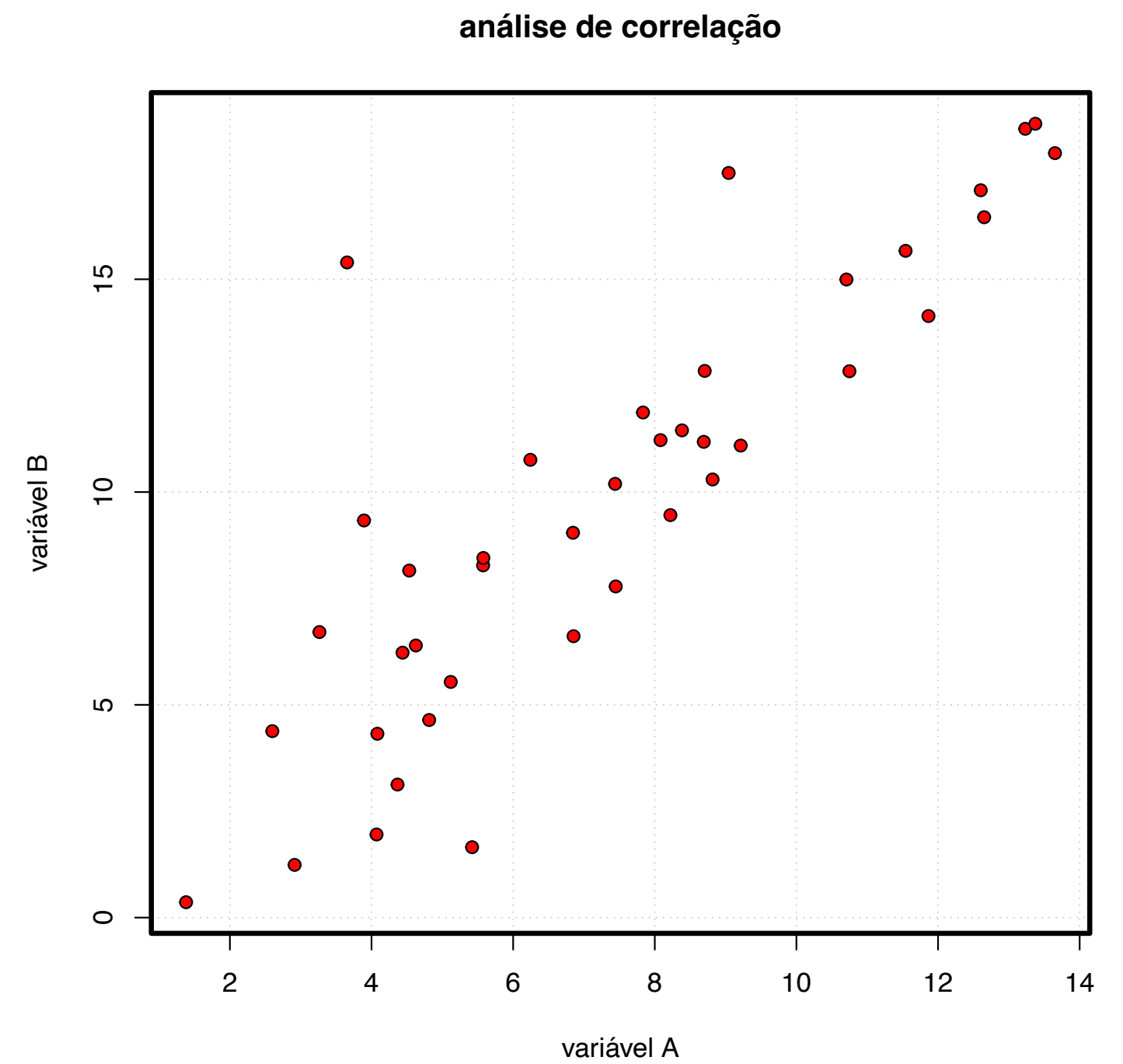
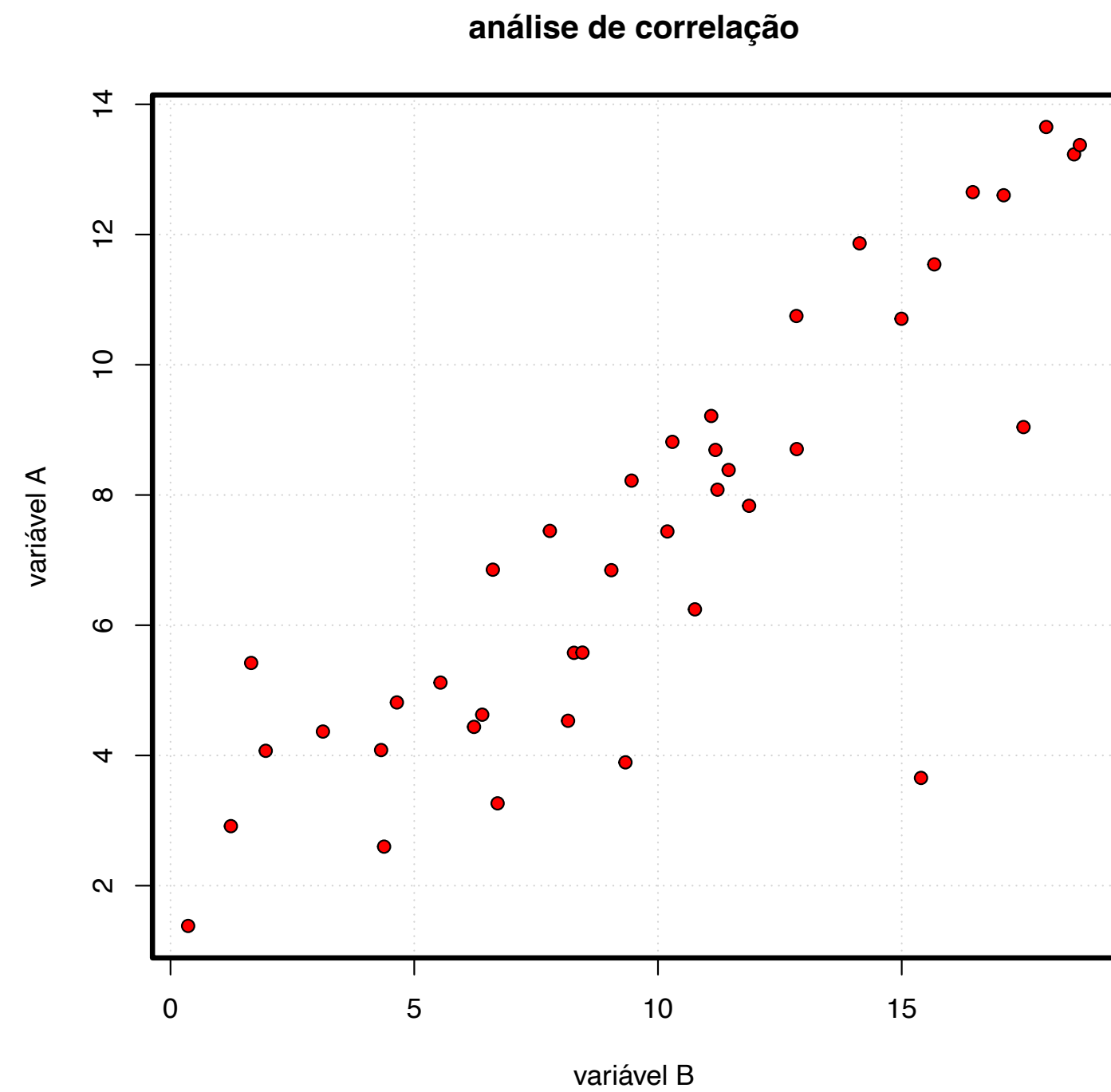
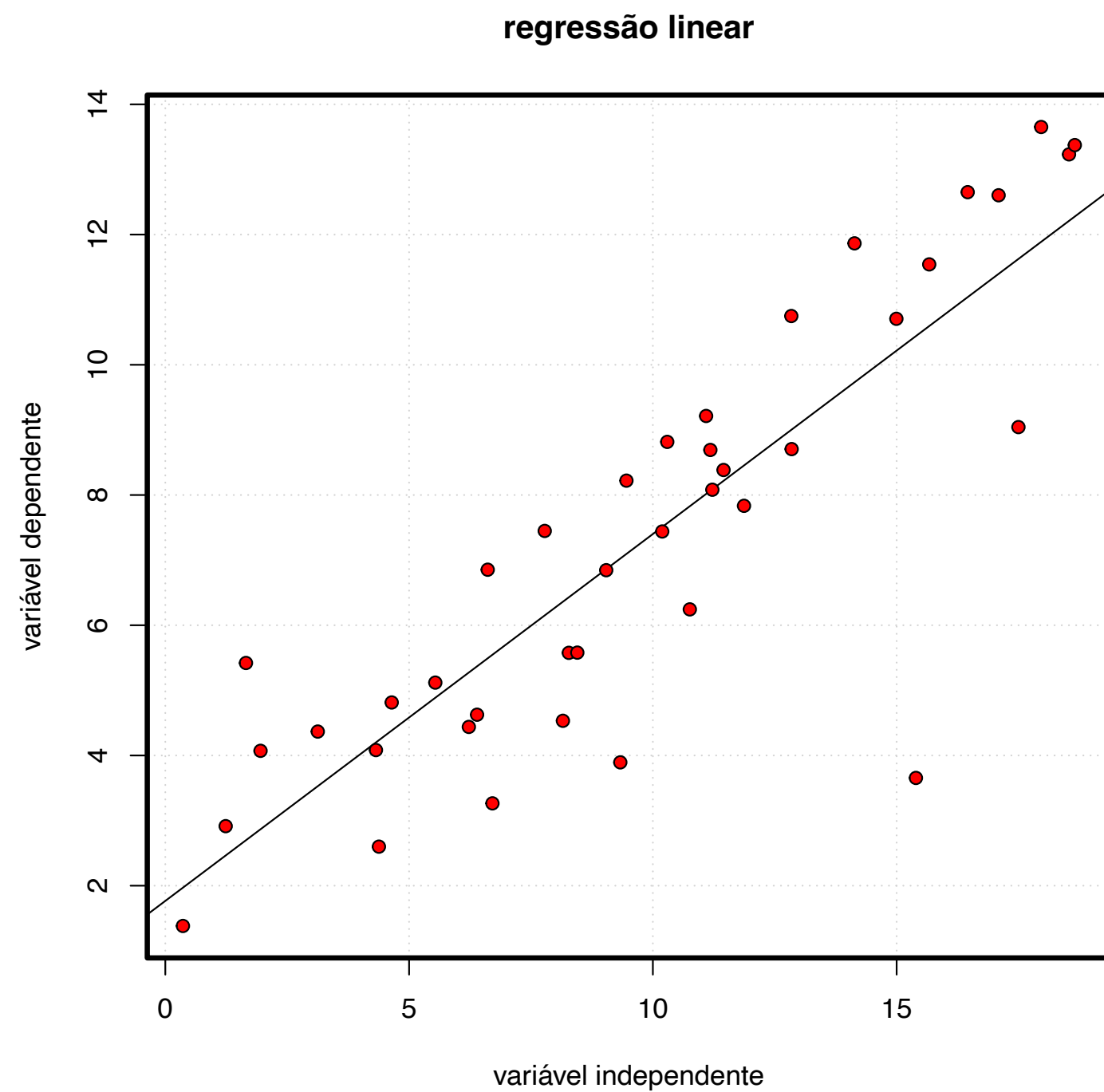


Energia

- Energia é um termo quantitativo que usamos para descrever a capacidade de produzir **mudanças**.
- Energia é um conceito fundamental.
- Energia assume muitas formas no Universo: mecânica, electromagnética, química, térmica e nuclear.
- Uma forma de energia poderá ser convertida noutra, havendo conservação da energia total aquando dessa transferência.
- Nesta aula começaremos com o conceito de **trabalho**: uma força associada a um deslocamento.

**Mas antes disso e a propósito de
associação...**

Regressão linear e análise de correlação



Como será a hipótese: r ou m ?

- **Regressão linear**

- Pressupõe *causalidade* entre a variável independente e a dependente.
- Geralmente, a variável independente é representada no eixo dos x (abscissa) e a dependente no dos y (ordenada).
- Há um modelo linear associado.
- A $H_0: m = 0$

- **Análise de correlação**

- Não há pressuposto de causalidade.
- As variáveis têm estatutos idênticos sem inter-dependência.
- Não há modelo associado.
- O coeficiente de correlação (r) varia entre -1 e +1.
- A $H_0: r = 0$

Trabalho de uma força constante

Energia cinética e trabalho

Definimos a energia cinética como estando associada ao movimento. Podemos aplicar os conceitos de trabalho e de energia a um sistema sem recorrer às leis de Newton. Contudo, como o conceito trabalho-energia está baseado nas leis de Newton, nada de novo conceptualmente será introduzido.

- O trabalho de uma força constante é:

$$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} = F \cos \theta d$$

Sem deslocamento (movimento) não há trabalho!

SI é N·m ou joule (J).

- O produto escalar de dois vectores **A** e **B** é a quantidade escalar igual ao produto das magnitudes dos dois vectores e o coseno do ângulo θ entre eles.
- $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta$
- O produto escalar é *comutativo*:
- $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$
- O produto escalar obedece à propriedade distributiva:
- $\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{C}$
- O produto será simples de calcular quando **A** é perpendicular ou paralelo a **B**
- Se **A** for perpendicular ($\theta=90^\circ$), então $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}=0$. Se **A** e **B** apontarem na mesma direcção ($\theta=0^\circ$), então $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}=AB$. Se A e B apontarem em direcções opostas ($\theta=180^\circ$), então $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}=-AB$. O produto escalar será negativo quando $90^\circ < \theta < 180^\circ$

- **Problema:** uma pessoa ao limpar a sala de estar puxa o aspirador com uma força de 50 N. O tubo do aspirador pelo qual a força é aplicada faz um ângulo de 30° com o tapete. O aspirador é movido três metros para a direita. Qual foi o trabalho feito pela força?

$$W_F = (F \cos \theta) d = (50 \text{ N})(\cos 30^\circ)(3,0 \text{ m})$$

$$W_F = 129,9 \text{ Nm} = 129,9 \text{ J}$$

- **Problema:** uma pessoa levanta um calhau de massa m até uma altura h e depois caminha uma distância horizontal de d enquanto mantém o calhau à altura h . Qual é o trabalho feito pela pessoa e pela força da gravidade?

Pressupondo que a magnitude da força usada para levantar o calhau é igual ao seu peso, mg , o trabalho feito pela pessoa durante o levantamento é mgh . O trabalho feito pela pessoa enquanto caminha é 0, porque a força aplicada é perpendicular ao deslocamento.

O trabalho feito pela força da gravidade durante o levantamento do calhau é $-mgh$ opondo o seu levantamento. O trabalho da gravidade enquanto o calhau é deslocado é 0 pois também é perpendicular ao deslocamento. A energia cinética do bloco não varia.

Trabalho de uma força variável

- O trabalho W de uma força variável é a área debaixo da curva de F_x contra x entre o x_i e o x_f .
- $W = \int F_x dx$

Trabalho de uma mola

- Se num sistema bloco-mola numa superfície sem atrito, a mola é comprimida ou esticada uma distância pequena a partir da sua configuração de equilíbrio, a força que a mola exercerá no bloco é
- $F_m = - k x$
- Onde x é a distância de deslocamento do bloco da posição de equilíbrio e k é uma constante positiva (que já mencionámos): a constante (de força) da mola.

Energia cinética e o teorema trabalho-energia

- Soluções usando a segunda lei de Newton poderão ser difíceis se as forças descritas no problema forem complexas.
- Uma alternativa é a de relacionar a rapidez da partícula com o seu deslocamento sob a influência de uma força resultante total.
- Se o trabalho feito por essa força resultante total puder ser calculado para um certo deslocamento, então a rapidez da partícula será fácil de calcular.

- **Energia cinética** é a energia associada ao movimento de uma partícula.
- $K = \frac{1}{2} m v^2$
- Energia cinética é uma quantidade escalar com as mesmas unidades que o trabalho.
- Podemos reescrever a equação acima como:
- $W_{\text{total}} = K_f - K_i = \Delta K$
- E assim ao **teorema do Trabalho-Energia**, em que o trabalho feito por uma força total constante F_{total} é igual à variação da energia cinética de uma partícula.

- Quando a força é variável podemos considerar:
- $W_{\text{total}} = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$

Energia cinética (K) para vários objectos

objecto	massa (kg)	rapidez (m/s)	K (J)
Terra à volta do Sol	$5,98 \cdot 10^{24}$	$29,8 \cdot 10^3$	$2,65 \cdot 10^{33}$
Lua à volta da Terra	$7,35 \cdot 10^{22}$	$1,02 \cdot 10^3$	$3,82 \cdot 10^{28}$
Foguetão^a	500	$11,2 \cdot 10^3$	$3,14 \cdot 10^{10}$
Automóvel a 90 km/h	2.000	25	$6,3 \cdot 10^5$
Atleta a correr	70	10	$3,5 \cdot 10^3$
Pedra que cai de 10 m	1,0	14	$9,8 \cdot 10^1$
Bola de golfe em rapidez terminal	0,046	44	$4,5 \cdot 10^1$
Gota de chuva em rapidez terminal	$3,5 \cdot 10^{-5}$	9,0	$1,4 \cdot 10^{-3}$
Molécula de oxigénio no ar	$5,3 \cdot 10^{-26}$	500	$6,6 \cdot 10^{-21}$

^aO foguetão está em *velocidade* de escape.

Situações com fricção cinética

- Consideremos uma força cinética de fricção $\mathbf{f}$ que se opõe à força $\mathbf{F}$.
- Poderíamos considerar que $\mathbf{F}$ é para a direita e que $\mathbf{f}$ é para a esquerda e que $\mathbf{F} > \mathbf{f}$. Se o deslocamento de um objecto no qual essas forças se aplicam for $\mathbf{s}$, então:
- $W_{\text{total}} = (\mathbf{F} - \mathbf{f}) \cdot \mathbf{s} = Fs - fs$
- É de notar que o objecto não é uma partícula, e assim $-fs$ **não** é o trabalho da força de fricção no objecto. A determinação e caracterização das forças de fricção num objecto são muito complexas.
- Mas podemos escrever:
- $-fs = (ma)s = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$ ou
- $\Delta K = -fs$
- E isto é a transferência de energia cinética devido à fricção

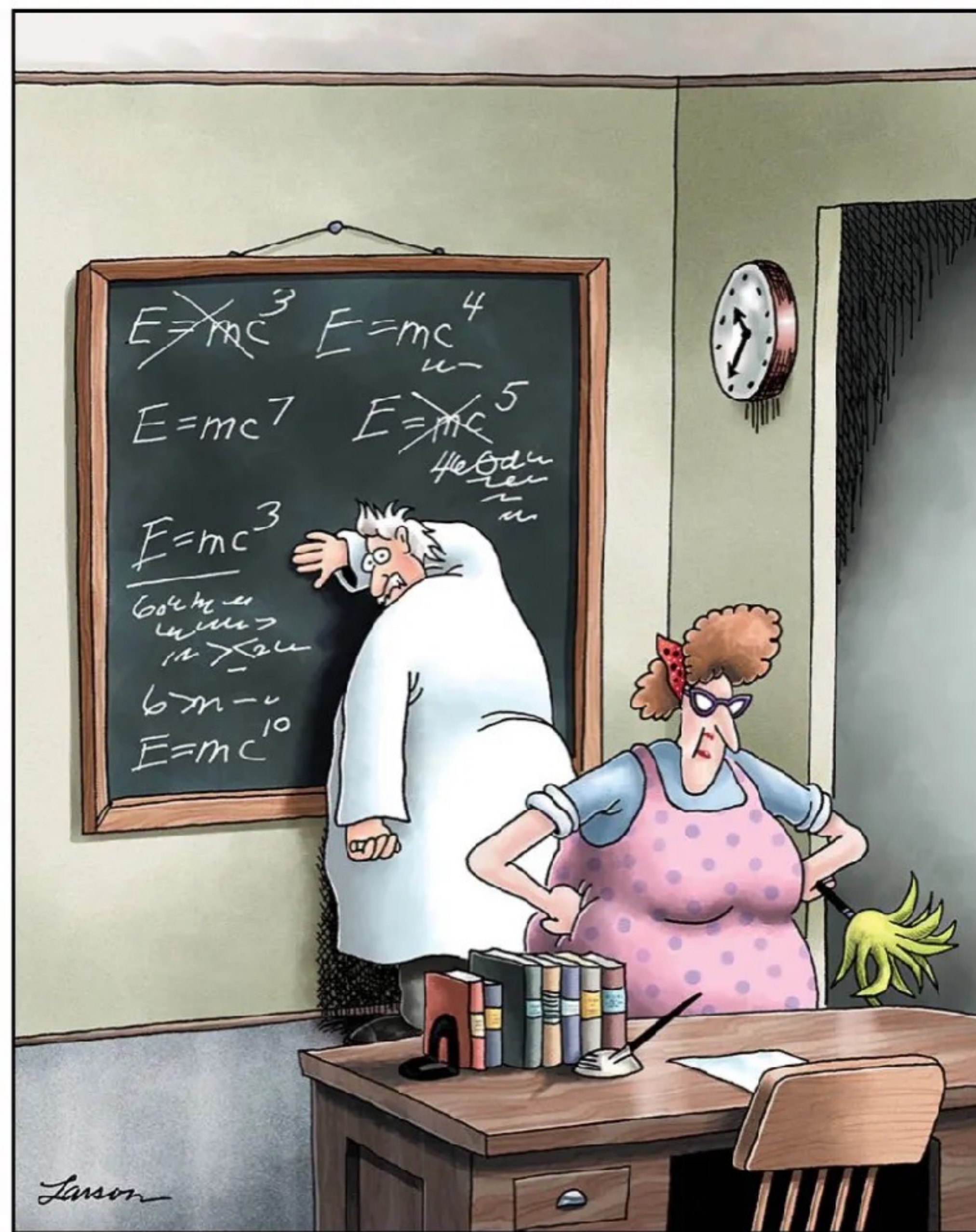
- Esta transferência de energia dá-se quer para a energia interna do próprio bloco, quer para a superfície onde o bloco desliza.
- Esta transferência dá-se na forma de energia térmica (calor). Por exemplo, se 300 J forem dissipados (transferidos) e 100 J forem para a energia interna do bloco, então 200 J serão transferidos do bloco para a superfície onde desliza.

Potência

- Potência instantânea é a derivada temporal do trabalho.
- $P = dW / dt = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} / dt = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$
- A unidade SI é o watt (W) ou J/s. $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 0,001 \text{ kW} = 1 \text{ kg.m}^2/\text{s}^3$
- É de notar que W e W são coisas diferentes! Um é uma unidade e o outro é trabalho (ou será que é ao contrário?)
- kW/h é uma unidade de energia:
- $1 \text{ kWh} = (10^3 \text{ W}) (3600 \text{ s}) = 3,60 \cdot 10^6 \text{ J}$
- O kW/h é uma unidade de energia e é usada comumente quando se transforma energia eléctrica. Por exemplo, uma lâmpada de 100 W transformará $3,60 \cdot 10^5 \text{ J}$ de energia numa hora.

Energia cinética a velocidades elevadas

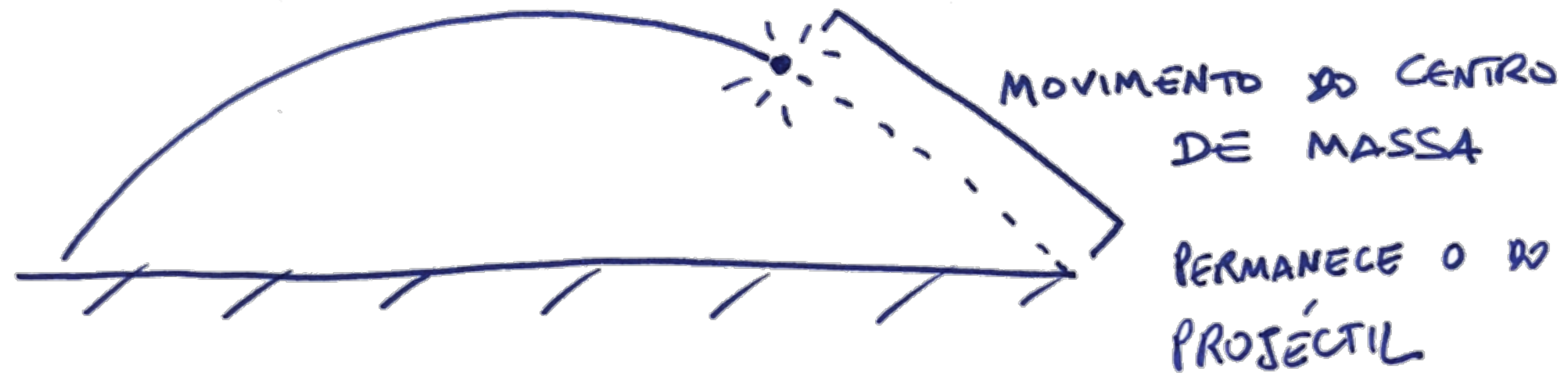
- As leis da mecânica newtoniana são válidas para descrever o movimento de partículas cuja velocidade seja pequena comparada com a da **luz no vácuo**.
- $c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
- Uma das consequências da relatividade geral é a da energia cinética de uma partícula não ser $K = mv^2/2$
- A forma relativista de K é:
- $$K = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} - 1 \right)$$
- Impõe c como limite teórico pois $v > c$ daria um número imaginário.



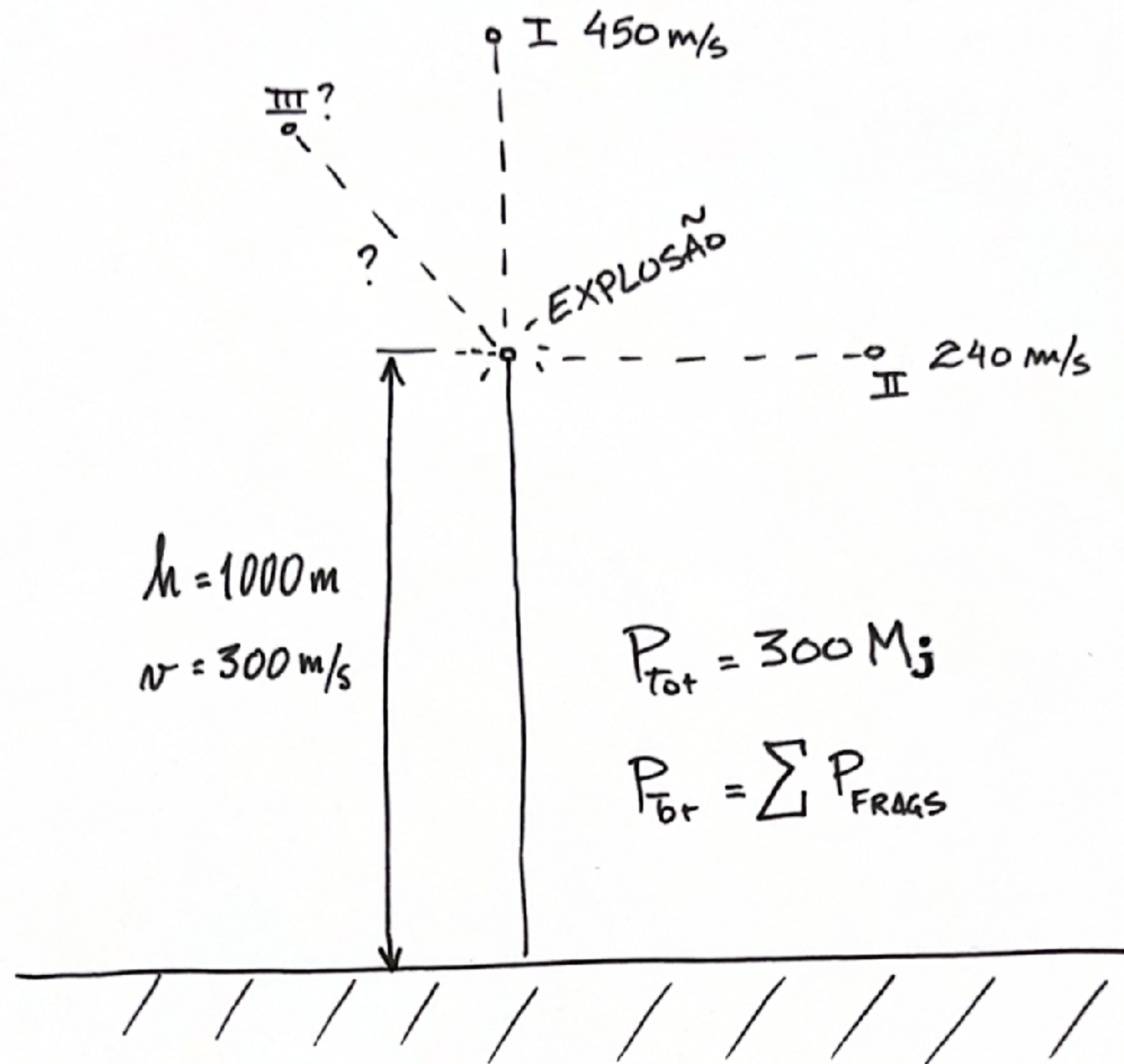
© 1985 FarWorks, Inc. All rights reserved.

"Now that desk looks better. Everything's squared away, yessir, squaaaaaaared away."

**Para acabar com os foguetões e
transitar para a aula seguinte...**



Quando um projectil se fragmenta, o centro de massa dos fragmentos retém a trajectória original.



$$P_{\text{tot}} = 300\text{ Mj}$$

$$P_{\text{br}} = \sum P_{\text{FRAGS}}$$

- Um foguetão de massa M desloca-se verticalmente com uma rapidez de 300 m/s.
- Quando chega a 1000 m de altitude explode em três fragmentos e o seu motor deixa de funcionar.
- As forças explosivas são internas ao sistema. Os fragmentos têm todos a mesma massa: $M/3$.
- O fragmento I continua em ascensão com uma rapidez de 450 m/s; o fragmento II desloca-se para Este com uma rapidez de 240 m/s; e o fragmento III tem uma rapidez desconhecida.

- Qual é a velocidade do fragmento III imediatamente a seguir à explosão?
- Qual é a rapidez do fragmento III imediatamente a seguir à explosão?
- Qual é a posição do centro de massa em relação ao chão 3 s após a explosão?

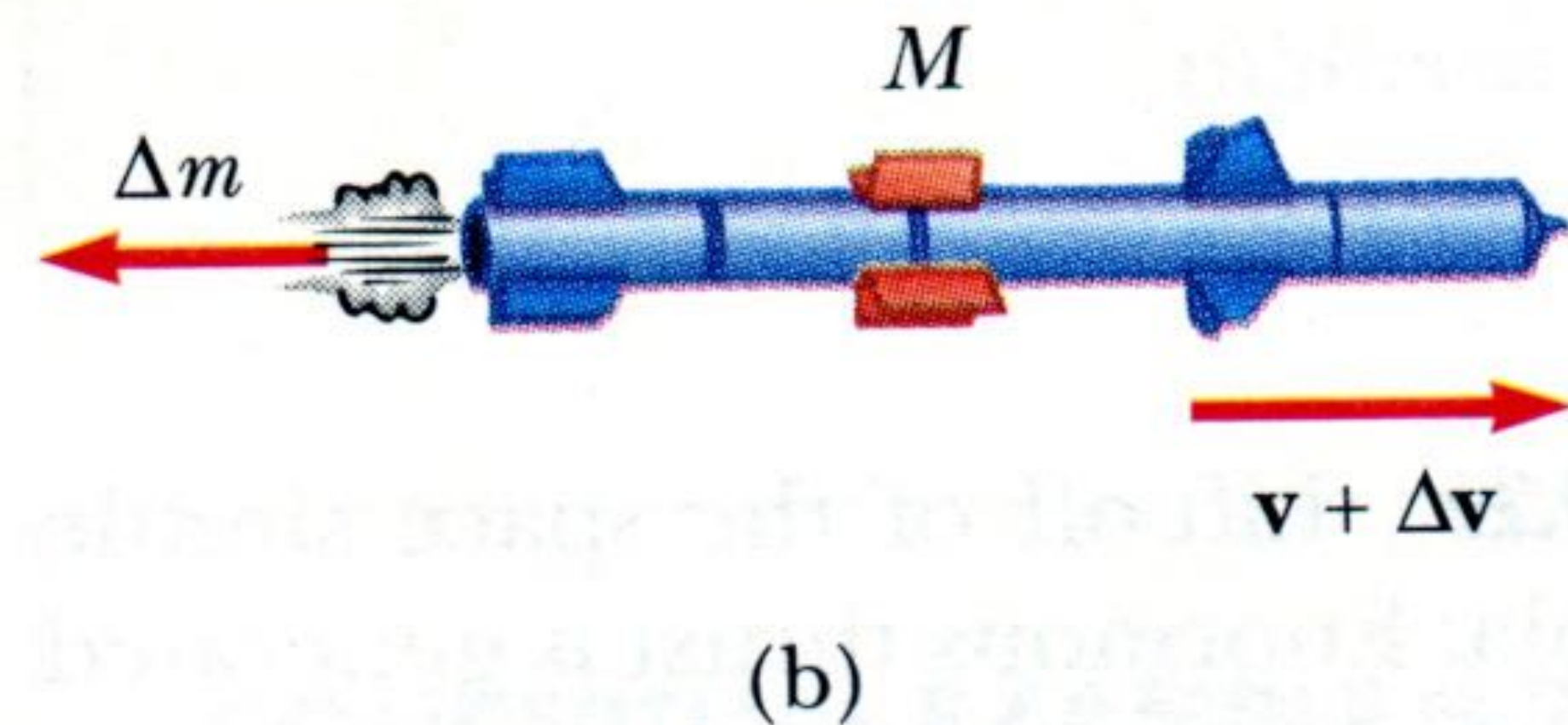
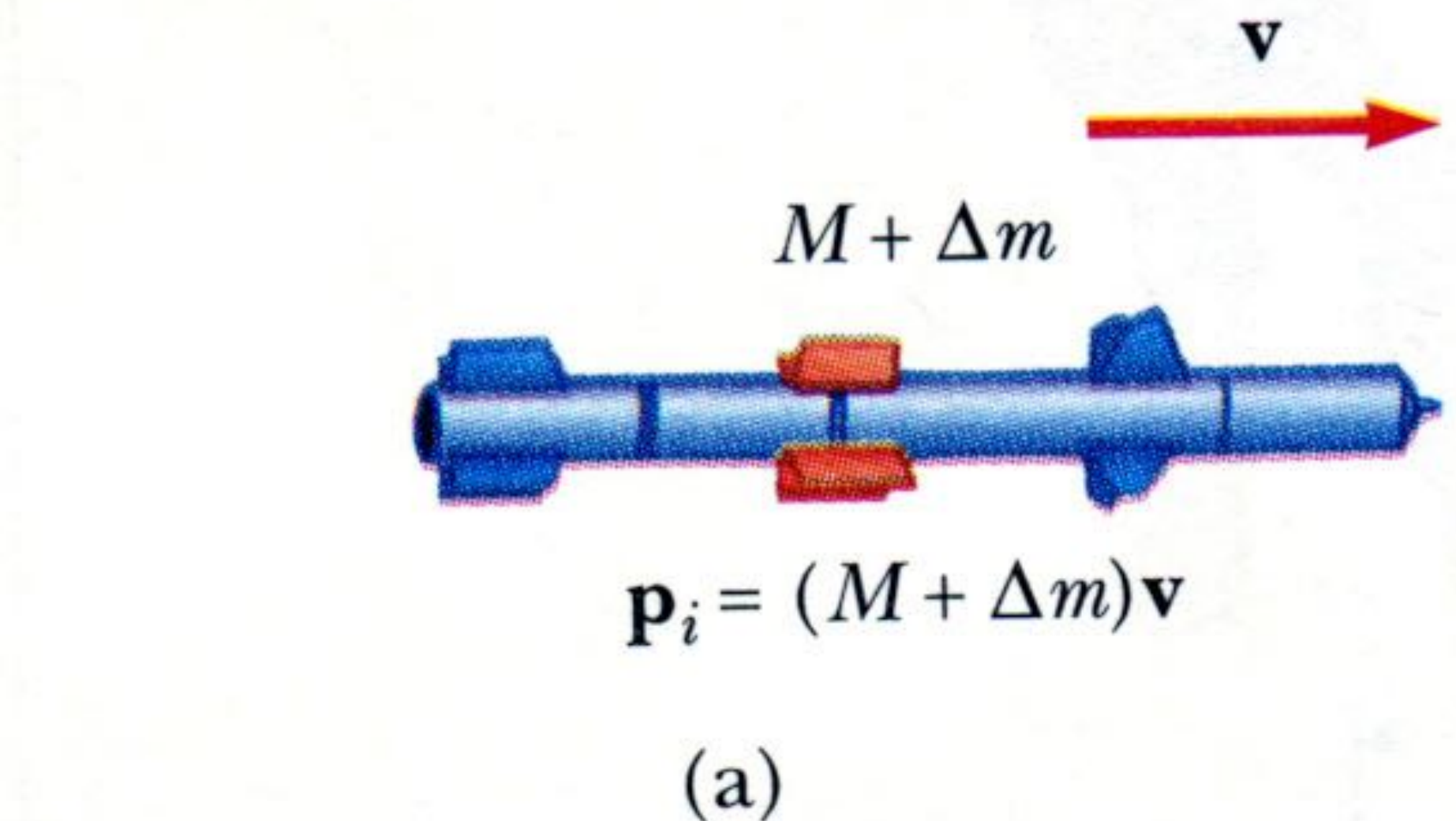
- Qual é a velocidade do fragmento III imediatamente a seguir à explosão?
- Antes da explosão: $\mathbf{P}_{\text{total}} = M\mathbf{v}_0 = 300M\mathbf{j}$
- $\mathbf{P}_{\text{total}} = 240(M/3)\mathbf{i} + 450(M/3)\mathbf{j} + M/3.\mathbf{v}$ (velocidade de III)
- $M.\mathbf{v}/3 + 80M\mathbf{i} + 150 M\mathbf{j} = 300 M\mathbf{j}$
- $\mathbf{v} = (-240\mathbf{i} + 450\mathbf{j}) \text{ m/s}$

- Qual é a rapidez do fragmento III imediatamente a seguir à explosão?
- $\mathbf{v} = (-240\mathbf{i} + 450\mathbf{j})\text{m/s}$
- $v = \sqrt{(-240)^2 + 450^2} = 510 \text{ m/s}$

- Qual é a posição do centro de massa em relação ao chão 3 s após a explosão?
- A coordenada x do centro de massa não muda. A coordenada y é:
- $y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$
- $y_0 = 1000 \text{ m}$; $v_0 = 300 \text{ m/s}$; $g = 9,81 \text{ m/s}^2$; $t = 3 \text{ s}$ e assim,
- $y(3) = 1000 + 300 \cdot 3 - 0,5 \cdot 9,8 \cdot 3^2 = 1855,9 \text{ m}$

Foguetes e foguetões

- Quando um veículo como um carro se move, a força desencadeada do movimento é uma força de fricção — a força exercida pela estrada no carro.
- Um foguetão no espaço não tem estrada, carris ou ar contra o qual empurrar.
- Consequentemente, a sua fonte de propulsão é diferente.



O movimento de um foguetão depende da lei da conservação do momento linear aplicada a um sistema de partículas, onde o sistema é o foguetão e o combustível que ejecta!

- Considere-se uma metralhadora montada numa plataforma com rodas. Conforme a arma dispara, cada bala recebe um momento $m\mathbf{v}$ numa direcção, onde $\mathbf{v}$ é medida em relação a um referencial fixo.
- Para cada bala disparada, a metralhadora e a plataforma têm que receber um momento compensatório na direcção oposta.
- Isto é, a força de reacção exercida pela bala na arma acelera a plataforma com a arma.
- Se n balas forem disparadas por segundo, então a força média exercida na arma será: $\mathbf{F}_{av} = n m \mathbf{v}$

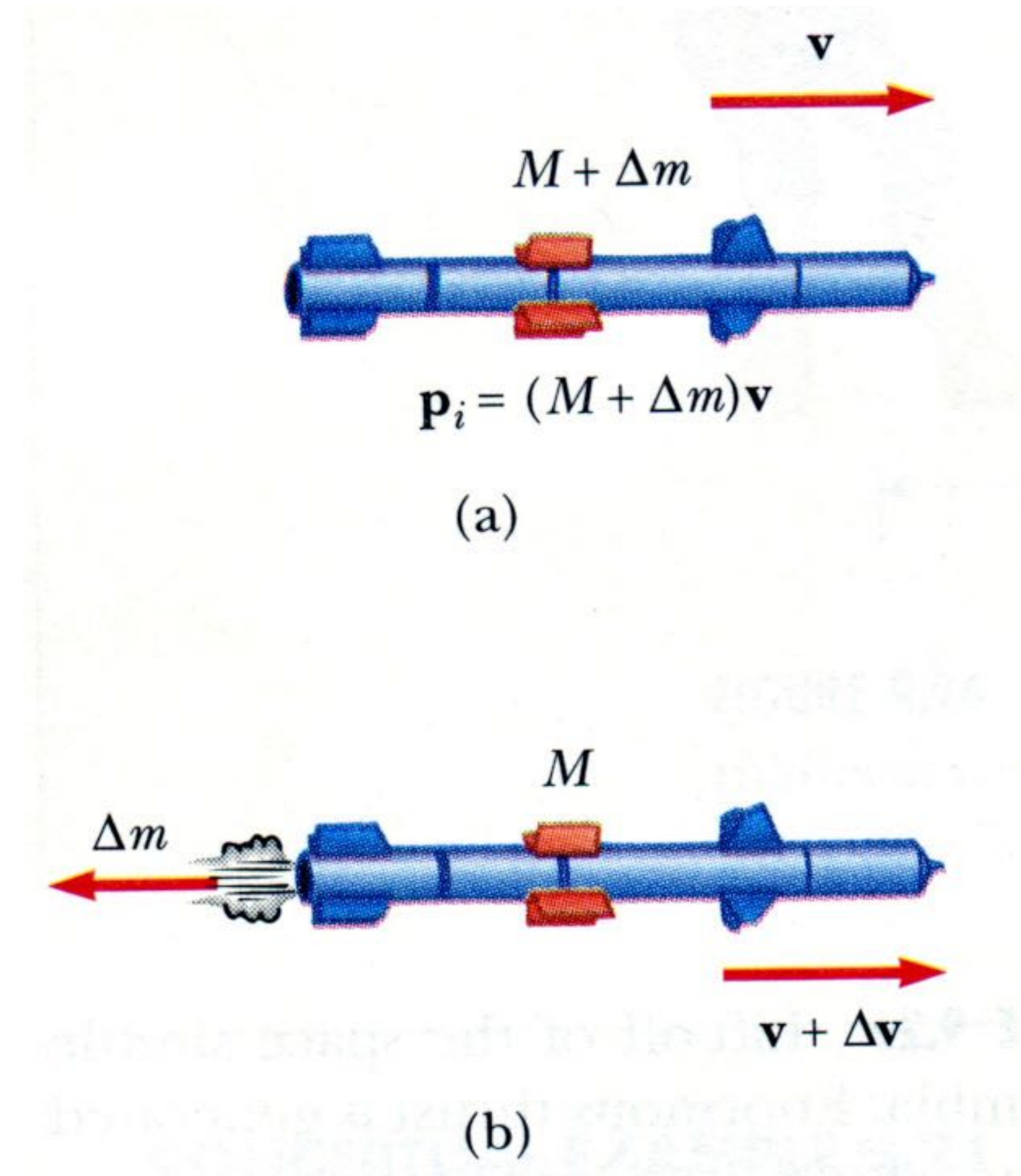
- De forma semelhante, quando um foguetão se move no espaço, o seu momento linear muda quando alguma de sua massa é libertada na forma de gases ejectados.
- Como os gases ejectados adquirem algum momento, o foguetão adquire um momento compensatório na direcção oposta.
- Assim, o foguetão é acelerado como o resultado de uma força propulsora ou empuxo dos gases de combustão.

- Será interessante notar que o foguetão (e a metralhadora do exemplo) representam o inverso de uma colisão não-elástica.
- Isto é, o momento é conservado, mas a energia cinética do sistema é aumentada à custa de energia interna

Foguetes e foguetões

Momentos...

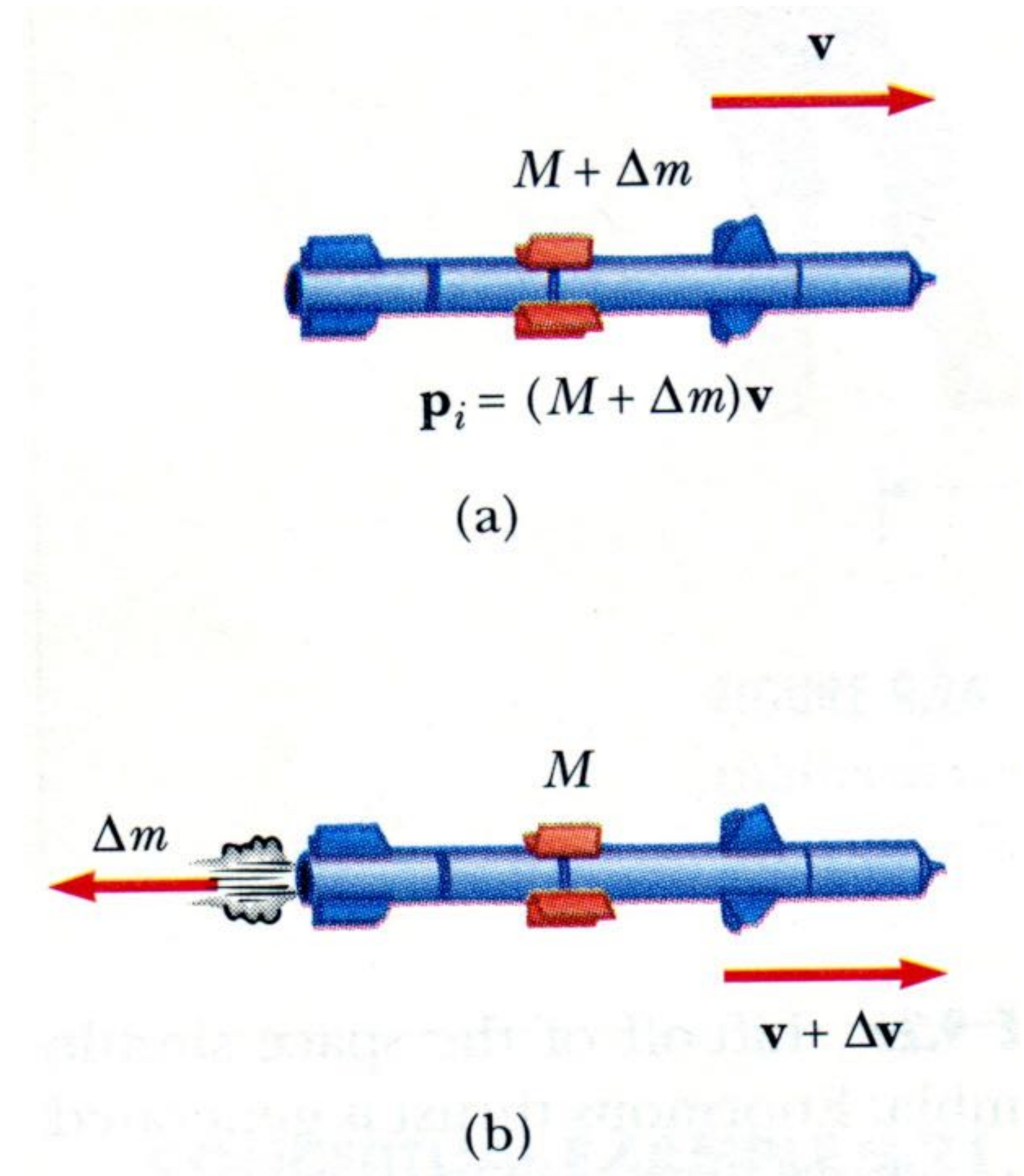
- Supondo que no tempo t , o momento de um foguetão e seu combustível é $(M+\Delta m)v$.
- Algum tempo depois, Δt , o foguetão ejetou uma certa quantidade de combustível Δm ,
- Consequentemente, a sua velocidade aumentou para $v+\Delta v$.



Foguetes e foguetões

Momentos...

- Se o combustível for ejetado com a velocidade v_e em relação ao foguetão, a velocidade do combustível em relação a um referencial fixo é $v - v_e$. Assim,
- $(M + \Delta m)v = M(v + \Delta v) + \Delta m(v - v_e)$
- Simplificando,
- $M \Delta v = \Delta m(v_e)$



$$\int_{v_i}^{v_f} dv = -v_e \int_{M_i}^{M_f} \frac{dM}{M}$$

E esta é a expressão básica da propulsão dum foguetão:

$$v_f - v_i = v_e \ln \left(\frac{M_i}{M_f} \right)$$

v_e — rapidez do combustível ejectado

E o empuxo:

$$Empuxo = M \frac{dv}{dt} = \left| v_e \frac{dM}{dt} \right|$$

v_e — rapidez do combustível ejetado

- Um foguetão no espaço tem uma rapidez de $3,0 \times 10^3$ m/s em relação à Terra.
- Com os motores ligados, o foguetão ejecta combustível com uma rapidez de $5,0 \times 10^3$ m/s na direcção oposta à do movimento do foguetão.
- Qual é a rapidez do foguetão em relação à Terra quando a sua massa for metade da sua massa inicial?
- Qual será o seu empuxo se queimar combustível com uma taxa de 50 kg/s?



Ariane 5