

Física 12.º ano
Quarto teste — Electricidade e Indução
(versão com respostas)

Versão: 1,0

José Pedro do Amaral

21 de janeiro de 2026

Introdução — fórmulas e convenções necessárias

Constantes (usar quando necessário).

$$k_e = 8,99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2, \quad \varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N}\cdot\text{m}^2), \quad |e| = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}.$$

Electrostática (problemas 1 a 6).

Lei de Coulomb (magnitude):

$$F = k_e \frac{|q_1 q_2|}{r^2}.$$

Campo eléctrico de uma carga pontual (magnitude):

$$E = k_e \frac{|q|}{r^2}.$$

Potencial eléctrico de uma carga pontual (com $V(\infty) = 0$):

$$V = k_e \frac{q}{r}.$$

Energia potencial eléctrica e trabalho quasi-estático:

$$U = q_0 V, \quad W_{\text{ext}} = \Delta U.$$

Campo aproximadamente uniforme entre placas paralelas:

$$E \approx \frac{V}{d}.$$

Condensador plano (no ar):

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}, \quad Q = CV, \quad U = \frac{1}{2} CV^2.$$

Esfera condutora isolada (modelo de Van de Graaff):

$$V = k_e \frac{Q}{R}, \quad U = \frac{1}{2} QV.$$

Indução electromagnética (problemas 7 a 10).

Área do circuito com barra deslizante: $A = Lx$ (onde L é a distância entre carris).

Fluxo magnético:

$$\Phi_B = BA \cos \theta.$$

Lei de Faraday–Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}.$$

Quando $\vec{B}$ é perpendicular ao plano do circuito e L e v são constantes:

$$|\varepsilon| = BLv.$$

Corrente no circuito (modelo resistivo simples):

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \quad \Rightarrow \quad |I| = \frac{|\varepsilon|}{R}.$$

Convenções: $\odot$ significa $\vec{B}$ a **sair** do papel; $\otimes$ significa $\vec{B}$ a **entrar** no papel.

Regra da mão direita: corrente anti-horária $\Rightarrow \vec{B}$ induzido $\odot$; corrente horária $\Rightarrow \vec{B}$ induzido $\otimes$.

Força magnética na barra (magnitude):

$$F_{\text{mag}} = BIL,$$

com sentido tal que **se opõe** ao movimento (Lei de Lenz), quando o movimento é mantido por uma força externa.

Problema 1 — Força eléctrica entre duas cargas (Lei de Coulomb)

Duas cargas pontuais estão separadas por $r = 0,40$ m. $q_1 = +2,0 \mu\text{C}$ e $q_2 = -6,0 \mu\text{C}$.

- a) Calcula a **magnitude** da força eléctrica entre as cargas.
- b) Indica se a força é **atractiva** ou **repulsiva**.
- c) Se a distância passar para 0,80 m, por que **factor** muda a força?

Resposta:

Dados: $q_1 = +2,0 \times 10^{-6}$ C, $q_2 = -6,0 \times 10^{-6}$ C, $r = 0,40$ m, $k_e = 8,99 \times 10^9$ N·m²/C².

1) Magnitude da força (Lei de Coulomb)

$$F = k_e \frac{|q_1 q_2|}{r^2}.$$

Produto das cargas (em valor absoluto):

$$|q_1 q_2| = (2,0 \times 10^{-6}) (6,0 \times 10^{-6}) = 12 \times 10^{-12} = 1,2 \times 10^{-11} \text{ C}^2.$$

Quadrado da distância:

$$r^2 = (0,40)^2 = 0,16 \text{ m}^2.$$

Logo:

$$F = 8,99 \times 10^9 \frac{1,2 \times 10^{-11}}{0,16} = \frac{(8,99 \times 1,2) \times 10^{-2}}{0,16} = \frac{10,788 \times 10^{-2}}{0,16} \approx 0,674 \text{ N}.$$

2) Natureza da força As cargas têm sinais opostos (+ e −), logo a força é **atractiva**.

3) Efeito de duplicar a distância Como $F \propto 1/r^2$, ao duplicar r a força fica:

$$F' = \frac{F}{2^2} = \frac{F}{4}.$$

Resposta: $F \approx 0,674$ N (atractiva); ao passar r para 0,80 m, a força fica $\frac{1}{4}$ do valor.

Problema 2 — Campo eléctrico criado por uma carga pontual

Uma carga $q = +4,0 \mu\text{C}$ está fixa no ar.

- a) Calcula a **magnitude** do campo eléctrico a $r = 0,30 \text{ m}$ da carga.
- b) Indica a **direcção e sentido** de $\vec{E}$ num ponto colocado a $0,30 \text{ m}$ à direita da carga, numa linha recta.

Resposta:

Dados: $q = +4,0 \times 10^{-6} \text{ C}$, $r = 0,30 \text{ m}$, $k_e = 8,99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$.

1) Magnitude do campo

$$E = k_e \frac{|q|}{r^2}.$$

$$r^2 = (0,30)^2 = 0,09 \text{ m}^2.$$

$$E = 8,99 \times 10^9 \frac{4,0 \times 10^{-6}}{0,09} = \frac{8,99 \times 4,0}{0,09} \times 10^3 = \frac{35,96}{0,09} \times 10^3 \approx 3,996 \times 10^5 \text{ N/C}.$$

$$E \approx 4,00 \times 10^5 \text{ N/C}.$$

2) Direcção e sentido Como $q > 0$, o campo aponta **para fora** da carga (radialmente para fora). Num ponto à direita da carga, $\vec{E}$ aponta **para a direita**.

Resposta: $E \approx 4,00 \times 10^5 \text{ N/C}$; $\vec{E}$ é radial e, à direita da carga, aponta para a direita.

Problema 3 — Potencial eléctrico, energia potencial e trabalho

Uma carga pontual $q = +3,0 \mu\text{C}$ cria potencial no espaço.

- a) Calcula o **potencial** V a $r = 0,25 \text{ m}$ da carga (com $V(\infty) = 0$).
- b) Uma carga de teste $q_0 = +2,0 \text{ nC}$ é colocada nesse ponto. Calcula a sua **energia potencial eléctrica** $U = q_0 V$.
- c) Qual é o **trabalho** necessário (feito por um agente externo) para trazer q_0 do infinito até esse ponto, **lentamente**?

Resposta:

Dados: $q = +3,0 \times 10^{-6} \text{ C}$, $r = 0,25 \text{ m}$, $q_0 = +2,0 \times 10^{-9} \text{ C}$, $k_e = 8,99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$.

1) Potencial no ponto

$$V = k_e \frac{q}{r} = 8,99 \times 10^9 \frac{3,0 \times 10^{-6}}{0,25}.$$

Primeiro:

$$8,99 \times 10^9 \times 3,0 \times 10^{-6} = 26,97 \times 10^3.$$

Depois:

$$V = \frac{26,97 \times 10^3}{0,25} = 107,88 \times 10^3 = 1,0788 \times 10^5 \text{ V}.$$

2) Energia potencial de q_0

$$U = q_0 V = (2,0 \times 10^{-9})(1,0788 \times 10^5) = 2,1576 \times 10^{-4} \text{ J}.$$

3) Trabalho externo para trazer a carga lentamente Ao trazer *lentamente*, não há variação de energia cinética; o trabalho externo é:

$$W_{\text{ext}} = \Delta U = U - 0 = U.$$

Logo:

$$W_{\text{ext}} \approx 2,16 \times 10^{-4} \text{ J}.$$

Resposta: $V \approx 1,08 \times 10^5 \text{ V}$; $U \approx 2,16 \times 10^{-4} \text{ J}$; $W_{\text{ext}} \approx 2,16 \times 10^{-4} \text{ J}$.

Problema 4 — Campo uniforme entre placas e força num electrão

Entre duas placas paralelas separadas por $d = 2,0$ mm aplica-se uma diferença de potencial $V = 600$ V (ignora efeitos de borda).

- a) Determina a **magnitude do campo eléctrico** médio entre as placas.
- b) Calcula a **magnitude da força** eléctrica sobre um electrão colocado entre as placas.
- c) Indica o **sentido** da força sobre o electrão (em direcção à placa positiva ou negativa).

Resposta:

Dados: $V = 600$ V, $d = 2,0$ mm $= 2,0 \times 10^{-3}$ m, $|e| = 1,60 \times 10^{-19}$ C.

1) Campo eléctrico médio

$$E \approx \frac{V}{d} = \frac{600}{2,0 \times 10^{-3}} = 3,0 \times 10^5 \text{ V/m.}$$

2) Força no electrão (magnitude)

$$|F| = |q|E = |e| E = (1,60 \times 10^{-19}) (3,0 \times 10^5) = 4,8 \times 10^{-14} \text{ N.}$$

3) Sentido da força O campo $\vec{E}$ aponta da placa **positiva** para a **negativa**. Como o electrão tem carga $-e$, a força $\vec{F} = q\vec{E}$ tem sentido **oposto** a $\vec{E}$. Logo, a força aponta **para a placa positiva**.

Resposta: $E \approx 3,0 \times 10^5$ V/m; $|F| \approx 4,8 \times 10^{-14}$ N; sentido: para a placa positiva.

Problema 5 — Condensador plano: C , Q e energia armazenada

Um condensador plano no ar tem placas com área $A = 120 \text{ cm}^2$ e separação $d = 1,5 \text{ mm}$.

- a) Calcula a **capacitância** C usando $C = \varepsilon_0 A/d$.
- b) Se for ligado a $V = 12 \text{ V}$, determina a **carga** Q em cada placa (magnitude).
- c) Calcula a **energia armazenada** $U = \frac{1}{2}CV^2$.

Resposta:

Dados: $A = 120 \text{ cm}^2 = 120 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 0,012 \text{ m}^2$, $d = 1,5 \text{ mm} = 1,5 \times 10^{-3} \text{ m}$, $\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N}\cdot\text{m}^2)$, $V = 12 \text{ V}$.

1) Capacitância

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d} = 8,85 \times 10^{-12} \frac{0,012}{1,5 \times 10^{-3}}.$$

Primeiro o quociente geométrico:

$$\frac{0,012}{1,5 \times 10^{-3}} = \frac{0,012}{0,0015} = 8.$$

Logo:

$$C = 8,85 \times 10^{-12} \times 8 = 7,08 \times 10^{-11} \text{ F}.$$

2) Carga em cada placa (magnitude)

$$Q = CV = (7,08 \times 10^{-11}) \times 12 = 8,496 \times 10^{-10} \text{ C} \approx 8,50 \times 10^{-10} \text{ C}.$$

3) Energia armazenada

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}(7,08 \times 10^{-11})(12^2).$$

$$12^2 = 144, \quad \frac{1}{2} \times 144 = 72.$$

$$U = 72 \times 7,08 \times 10^{-11} = 5,0976 \times 10^{-9} \text{ J} \approx 5,10 \times 10^{-9} \text{ J}.$$

Resposta: $C \approx 7,08 \times 10^{-11} \text{ F}$; $Q \approx 8,50 \times 10^{-10} \text{ C}$; $U \approx 5,10 \times 10^{-9} \text{ J}$.

Problema 6 — Van de Graaff: carga e energia numa esfera

Uma esfera metálica isolada (tipo Van de Graaff) tem raio $R = 0,15$ m e está a $V = 80$ kV relativamente à Terra.

- a) Estima a **carga total** Q na esfera usando $V = k_e Q/R$.
b) Estima a **energia armazenada** usando $U = \frac{1}{2}QV$.

Resposta:

Dados: $R = 0,15$ m, $V = 80$ kV $= 8,0 \times 10^4$ V, $k_e = 8,99 \times 10^9$ N·m²/C².

1) Carga na esfera Da expressão $V = k_e Q/R$, vem:

$$Q = \frac{VR}{k_e} = \frac{(8,0 \times 10^4)(0,15)}{8,99 \times 10^9}.$$

No numerador:

$$(8,0 \times 10^4) \times 0,15 = 1,2 \times 10^4.$$

Logo:

$$Q = \frac{1,2 \times 10^4}{8,99 \times 10^9} = \frac{1,2}{8,99} \times 10^{-5} \approx 0,1335 \times 10^{-5} = 1,335 \times 10^{-6} \text{ C}.$$

2) Energia armazenada

$$U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}(1,335 \times 10^{-6})(8,0 \times 10^4).$$

Produto:

$$(1,335 \times 10^{-6})(8,0 \times 10^4) = 10,68 \times 10^{-2} = 0,1068.$$

Logo:

$$U = \frac{1}{2} \times 0,1068 \approx 0,0534 \text{ J}.$$

Resposta: $Q \approx 1,33 \times 10^{-6}$ C; $U \approx 5,34 \times 10^{-2}$ J.

Problema 7 — Faraday–Lenz: barra para a direita, Φ_B a aumentar

Considera dois carris paralelos ligados por uma resistência R à esquerda e uma barra condutora vertical que desliza nos carris. A distância entre carris é L . O campo magnético uniforme é $\vec{B} = \odot$ (a sair do papel).

A barra desloca-se **para a direita** com $v = 2,0$ m/s. Dados: $L = 0,30$ m, $B = 0,50$ T, $R = 0,60$ Ω .

- a) Calcula $|\varepsilon|$.
- b) Calcula $|I|$.
- c) Indica se a corrente é **horária** ou **anti-horária** (justifica com a Lei de Lenz).

Resposta:

Dados: $B = 0,50$ T, $L = 0,30$ m, $v = 2,0$ m/s, $R = 0,60$ Ω , $\vec{B} = \odot$.

1) Magnitude da f.e.m. induzida Como $\vec{B}$ é perpendicular ao plano e $A = Lx$ com $dx/dt = v$,

$$|\varepsilon| = BLv = (0,50)(0,30)(2,0) = 0,30 \text{ V}.$$

2) Magnitude da corrente

$$|I| = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{0,30}{0,60} = 0,50 \text{ A}.$$

3) Sentido da corrente (Lei de Lenz) A barra move-se para a direita $\Rightarrow$ a área A **aumenta**. Como $\vec{B} = \odot$, o fluxo Φ_B **aumenta a sair do papel**. Pela Lei de Lenz, o campo induzido deve **opor-se** a esse aumento, logo:

$$\vec{B}_{\text{ind}} = \otimes.$$

Corrente **horária** produz $\vec{B}_{\text{ind}} = \otimes$ (regra da mão direita). Logo, a corrente é **horária**.

Resposta: $|\varepsilon| = 0,30$ V, $|I| = 0,50$ A, corrente **horária**.

Problema 8 — Faraday–Lenz: barra para a esquerda, Φ_B a diminuir

Mesmo sistema do problema anterior: $\vec{B} = \odot$ (a sair do papel), $L = 0,30$ m, $B = 0,50$ T, $R = 0,60 \Omega$. Agora a barra move-se **para a esquerda** com $v = 1,5$ m/s.

- a) Calcula $|\varepsilon|$ e $|I|$.
- b) Indica o **sentido** da corrente (horária/anti-horária).
- c) Indica o **sentido** da força magnética sobre a barra (para a esquerda ou para a direita).

Resposta:

Dados: $B = 0,50$ T, $L = 0,30$ m, $v = 1,5$ m/s, $R = 0,60 \Omega$, $\vec{B} = \odot$.

1) Magnitude da f.e.m. induzida

$$|\varepsilon| = BLv = (0,50)(0,30)(1,5) = 0,225 \text{ V.}$$

2) Magnitude da corrente

$$|I| = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{0,225}{0,60} = 0,375 \text{ A.}$$

3) Sentido da corrente (Lei de Lenz) A barra move-se para a esquerda $\Rightarrow$ a área A **diminui**. Como $\vec{B} = \odot$, o fluxo Φ_B **diminui** a sair do papel. Para se opor a essa diminuição, o sistema induz um campo **a sair do papel**:

$$\vec{B}_{\text{ind}} = \odot.$$

Corrente **anti-horária** produz $\vec{B}_{\text{ind}} = \odot$. Logo, a corrente é **anti-horária**.

4) Sentido da força magnética na barra Pela Lei de Lenz, a força magnética tende a **opor-se ao movimento**. Como a barra se move para a **esquerda**, a força magnética na barra aponta para a **direita**.

Resposta: $|\varepsilon| = 0,225$ V, $|I| = 0,375$ A; corrente **anti-horária**; força magnética na barra: **para a direita**.

Problema 9 — Faraday–Lenz: mudar o sentido de $\vec{B}$

A barra move-se **para a direita** com $v = 1,0$ m/s. Agora o campo é $\vec{B} = \otimes$ (a entrar no papel). Dados: $B = 0,40$ T, $L = 0,25$ m, $R = 1,0$ Ω .

- a) Calcula $|\varepsilon|$ e $|I|$.
- b) Indica o sentido da corrente (horária/anti-horária).
- c) Qual é o sentido do campo magnético **induzido** $\vec{B}_{\text{ind}}$ ($\odot$ ou $\otimes$)?

Resposta:

Dados: $B = 0,40$ T, $L = 0,25$ m, $v = 1,0$ m/s, $R = 1,0$ Ω , $\vec{B} = \otimes$.

1) Magnitude da f.e.m. induzida

$$|\varepsilon| = BLv = (0,40)(0,25)(1,0) = 0,10 \text{ V.}$$

2) Magnitude da corrente

$$|I| = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{0,10}{1,0} = 0,10 \text{ A.}$$

3) Sentido da corrente e de $\vec{B}_{\text{ind}}$ (Lei de Lenz) A barra move-se para a direita $\Rightarrow A$ **aumenta**. Como $\vec{B} = \otimes$, o fluxo Φ_B (a entrar) **aumenta**. Para se opor a esse aumento, o campo induzido deve ser no sentido **oposto**:

$$\vec{B}_{\text{ind}} = \odot.$$

E $\vec{B}_{\text{ind}} = \odot$ corresponde a corrente **anti-horária**.

Resposta: $|\varepsilon| = 0,10$ V, $|I| = 0,10$ A, corrente **anti-horária**, $\vec{B}_{\text{ind}} = \odot$.

Problema 10 — Potência dissipada e trabalho para manter v constante

$\vec{B} = \odot$ (a sair do papel). A barra move-se para a direita com velocidade constante $v = 3,0$ m/s. Dados: $B = 0,20$ T, $L = 0,50$ m, $R = 2,0$ Ω .

- a) Calcula $|\varepsilon|$ e $|I|$.
- b) Calcula a potência dissipada em R : $P = I^2 R$.
- c) Calcula a força magnética na barra $F = BIL$ e verifica numericamente que $P = Fv$.

Resposta:

Dados: $B = 0,20$ T, $L = 0,50$ m, $v = 3,0$ m/s, $R = 2,0$ Ω , $\vec{B} = \odot$.

1) f.e.m. induzida

$$|\varepsilon| = BLv = (0,20)(0,50)(3,0) = 0,30 \text{ V}.$$

2) Corrente

$$|I| = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{0,30}{2,0} = 0,15 \text{ A}.$$

3) Potência dissipada na resistência

$$P = I^2 R = (0,15)^2 (2,0) = 0,0225 \times 2,0 = 0,045 \text{ W}.$$

4) Força magnética e verificação $P = Fv$ Magnitude da força na barra:

$$F = BIL = (0,20)(0,15)(0,50) = 0,015 \text{ N}.$$

Potência mecânica necessária para manter v constante:

$$Fv = (0,015)(3,0) = 0,045 \text{ W}.$$

Comparando:

$$P = 0,045 \text{ W} \quad \text{e} \quad Fv = 0,045 \text{ W},$$

ou seja, **coincidem** (a energia mecânica fornecida por unidade de tempo é dissipada como energia térmica em R).

Resposta: $|\varepsilon| = 0,30$ V, $|I| = 0,15$ A, $P = 0,045$ W, $F = 0,015$ N e $Fv = 0,045$ W = P .