

Física 12.º ano
Quarto teste — Electricidade e Indução
(versão sem respostas)

Versão: 1,2

José Pedro do Amaral

31 de janeiro de 2026

Introdução — fórmulas e convenções necessárias

Constantes (usar quando necessário).

$$k_e = 8,99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2, \quad \varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N}\cdot\text{m}^2), \quad |e| = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}.$$

Electrostática (problemas 1 a 6).

Lei de Coulomb (magnitude):

$$F = k_e \frac{|q_1 q_2|}{r^2}.$$

Campo eléctrico de uma carga pontual (magnitude):

$$E = k_e \frac{|q|}{r^2}.$$

Potencial eléctrico de uma carga pontual (com $V(\infty) = 0$):

$$V = k_e \frac{q}{r}.$$

Energia potencial eléctrica e trabalho quasi-estático:

$$U = q_0 V, \quad W_{\text{ext}} = \Delta U.$$

Campo aproximadamente uniforme entre placas paralelas:

$$E \approx \frac{V}{d}.$$

Condensador plano (no ar):

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}, \quad Q = CV, \quad U = \frac{1}{2} CV^2.$$

Esfera condutora isolada (modelo de Van de Graaff):

$$V = k_e \frac{Q}{R}, \quad U = \frac{1}{2} QV.$$

Indução electromagnética (problemas 7 a 10).

Área do circuito com barra deslizante: $A = Lx$ (onde L é a distância entre carris).

Fluxo magnético:

$$\Phi_B = BA \cos \theta.$$

Lei de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}.$$

Quando $\vec{B}$ é perpendicular ao plano do circuito e L e v são constantes:

$$|\varepsilon| = BLv.$$

Corrente no circuito (modelo resistivo simples):

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \quad \Rightarrow \quad |I| = \frac{|\varepsilon|}{R}.$$

Convenções: $\odot$ significa $\vec{B}$ a **sair** do papel; $\otimes$ significa $\vec{B}$ a **entrar** no papel.

Regra da mão direita: corrente anti-horária $\Rightarrow \vec{B}$ induzido $\odot$; corrente horária $\Rightarrow \vec{B}$ induzido $\otimes$.

Força magnética na barra (magnitude):

$$F_{\text{mag}} = BIL,$$

com sentido tal que **se opõe** ao movimento (Lei de Lenz), quando o movimento é mantido por uma força externa.

Problema 1 — Lei de Coulomb: distância para obter uma força dada

Duas cargas pontuais têm valores $q_1 = +2,0 \mu\text{C}$ e $q_2 = -5,0 \mu\text{C}$.

- a) Determina a distância r entre as cargas para que a **magnitude** da força eléctrica seja $F = 0,90 \text{ N}$.
- b) Indica se a força é **atractiva** ou **repulsiva**.
- c) Se a distância passar a ser $\frac{1}{2}r$, por que **factor** muda a força?

Resposta:

a) Lei de Coulomb (magnitude):

$$F = k_e \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \Rightarrow r = \sqrt{k_e \frac{|q_1 q_2|}{F}}.$$

Converter:

$$q_1 = 2,0 \times 10^{-6} \text{ C}, \quad q_2 = 5,0 \times 10^{-6} \text{ C}.$$

Produto:

$$|q_1 q_2| = (2,0 \times 10^{-6})(5,0 \times 10^{-6}) = 10,0 \times 10^{-12} = 1,0 \times 10^{-11} \text{ C}^2.$$

Logo,

$$r = \sqrt{\frac{(8,99 \times 10^9)(1,0 \times 10^{-11})}{0,90}} = \sqrt{\frac{8,99 \times 10^{-2}}{0,90}} = \sqrt{9,99 \times 10^{-2}} \approx 0,316 \text{ m}.$$

b) Como $q_1 > 0$ e $q_2 < 0$, as cargas têm sinais opostos $\Rightarrow$ a força é **atractiva**.

c) Se $r \rightarrow r/2$, então

$$F \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow F' = F \left(\frac{r}{r/2} \right)^2 = F(2)^2 = 4F.$$

A força aumenta por um **factor 4**.

Problema 2 — Campo eléctrico resultante no ponto médio de duas cargas

Duas cargas pontuais estão numa linha recta e separadas por 0,60 m: $q_A = +4,0 \mu\text{C}$ (à esquerda) e $q_B = +1,0 \mu\text{C}$ (à direita).

- a) Calcula a **magnitude** do campo eléctrico resultante no ponto médio entre as cargas.
- b) Indica a **directão e sentido** do campo no ponto médio (para a esquerda ou para a direita).

Resposta:

A distância do ponto médio a cada carga é

$$r = \frac{0,60}{2} = 0,30 \text{ m.}$$

a) Campos (magnitudes):

$$E_A = k_e \frac{|q_A|}{r^2} = 8,99 \times 10^9 \frac{4,0 \times 10^{-6}}{(0,30)^2}, \quad E_B = k_e \frac{|q_B|}{r^2} = 8,99 \times 10^9 \frac{1,0 \times 10^{-6}}{(0,30)^2}.$$

Como $(0,30)^2 = 0,09$,

$$E_A = 8,99 \times 10^9 \frac{4,0 \times 10^{-6}}{0,09} = 8,99 \times 10^9 (4,444 \dots \times 10^{-5}) \approx 4,00 \times 10^5 \text{ N/C},$$

$$E_B = 8,99 \times 10^9 \frac{1,0 \times 10^{-6}}{0,09} = 8,99 \times 10^9 (1,111 \dots \times 10^{-5}) \approx 1,00 \times 10^5 \text{ N/C}.$$

No ponto médio, os campos têm sentidos opostos (ambas as cargas são positivas). Logo, a magnitude do resultante é

$$|E| = |E_A - E_B| \approx (4,00 - 1,00) \times 10^5 = 3,0 \times 10^5 \text{ N/C}.$$

b) Sentidos:

De $q_A > 0$ (à esquerda), o campo no ponto médio aponta **para a direita**.

De $q_B > 0$ (à direita), o campo no ponto médio aponta **para a esquerda**.

Como $E_A > E_B$, o campo resultante aponta **para a direita**.

Problema 3 — Potencial eléctrico: ponto onde o potencial é nulo

Duas cargas pontuais estão na mesma recta, separadas por 0,40 m: $q_1 = +6,0 \mu\text{C}$ e $q_2 = -2,0 \mu\text{C}$.

- a) Determina (em relação a q_1) a posição ao longo da recta onde o **potencial** total é $V = 0$.
b) Esse ponto fica **entre** as cargas ou **fora** do segmento que as une?

Resposta:

Colocar q_1 em $x = 0$ e q_2 em $x = d = 0,40$ m. Num ponto x (na mesma recta), as distâncias são:

$$r_1 = |x|, \quad r_2 = |x - d|.$$

O potencial total é

$$V = k_e \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right).$$

Pedir $V = 0 \Rightarrow$

$$\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{q_1}{r_1} = \frac{|q_2|}{r_2}.$$

Com $q_1 = 6,0 \mu\text{C}$ e $|q_2| = 2,0 \mu\text{C}$:

$$\frac{6}{r_1} = \frac{2}{r_2} \quad \Rightarrow \quad 3r_2 = r_1.$$

Caso 1: entre as cargas ($0 < x < d$). Então $r_1 = x$ e $r_2 = d - x$. Logo:

$$3(d - x) = x \Rightarrow 3d - 3x = x \Rightarrow 4x = 3d \Rightarrow x = \frac{3}{4}d.$$

Como $d = 0,40$ m,

$$x = 0,75 \times 0,40 = 0,30 \text{ m}.$$

Caso 2: fora do segmento.

Se $x < 0$, então $r_1 = -x$ e $r_2 = d - x$. A equação $3r_2 = r_1$ dá $3(d - x) = -x \Rightarrow 3d - 3x = -x \Rightarrow 3d = 2x \Rightarrow x = 1,5d > 0$, contradição (não serve).

Se $x > d$, então $r_1 = x$ e $r_2 = x - d$. A equação dá $3(x - d) = x \Rightarrow 3x - 3d = x \Rightarrow 2x = 3d \Rightarrow x = 1,5d = 0,60$ m, que é compatível com $x > d$.

Resposta final.

- a) Existem **dois** pontos onde $V = 0$: $x = 0,30$ m e $x = 0,60$ m medidos a partir de q_1 em direcção a q_2 .
b) O ponto $x = 0,30$ m fica **entre** as cargas; o ponto $x = 0,60$ m fica **fora** do segmento, do lado de q_2 .

Problema 4 — Placas paralelas: energia cinética adquirida por um electrão

Entre duas placas paralelas existe um campo aproximadamente uniforme. A diferença de potencial é $V = 350$ V. Um electrão parte do repouso junto da placa negativa e move-se até à placa positiva (ignora colisões e bordas).

- a) Calcula a **energia cinética** adquirida pelo electrão ao atravessar as placas.
- b) Determina a **velocidade** final do electrão (usa $K = \frac{1}{2}m_e v^2$ e $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg).
- c) Indica o **sentido** do movimento do electrão relativamente ao campo $\vec{E}$.

Resposta:

a) O trabalho do campo (ou a diminuição da energia potencial) transforma-se em energia cinética:

$$\Delta K = -\Delta U = -q\Delta V.$$

O electrão tem $q = -|e|$. Vai da placa negativa para a positiva, logo $\Delta V = +350$ V. Então:

$$\Delta K = -(-|e|)(350) = |e| \cdot 350.$$

Numericamente:

$$K = (1,60 \times 10^{-19})(350) = 5,60 \times 10^{-17} \text{ J}.$$

(Equivalente: 350 eV.)

b) Usando $K = \frac{1}{2}m_e v^2$:

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m_e}} = \sqrt{\frac{2(5,60 \times 10^{-17})}{9,11 \times 10^{-31}}} = \sqrt{1,23 \times 10^{14}} \approx 1,11 \times 10^7 \text{ m/s}.$$

c) O campo $\vec{E}$ aponta do potencial maior para o menor, isto é, da placa **positiva** para a **negativa**. Como o electrão se move da placa negativa para a positiva, o seu movimento é **oposto** a $\vec{E}$.

Problema 5 — Condensador plano: escolher d para obter uma capacitância pretendida

Um condensador plano no ar tem placas de área $A = 200 \text{ cm}^2$. Pretende-se uma capacitância $C = 1,2 \text{ nF}$.

- a) Determina a separação d entre as placas.
- b) Se se aplicar $V = 15 \text{ V}$, calcula a **carga** Q (magnitude) em cada placa.
- c) Calcula a **energia armazenada** $U = \frac{1}{2}CV^2$.

Resposta:

Converter unidades:

$$A = 200 \text{ cm}^2 = 200 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 2,00 \times 10^{-2} \text{ m}^2, \quad C = 1,2 \text{ nF} = 1,2 \times 10^{-9} \text{ F}.$$

a) Para condensador plano no ar:

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow d = \varepsilon_0 \frac{A}{C}.$$

Substituir:

$$d = \frac{(8,85 \times 10^{-12})(2,00 \times 10^{-2})}{1,2 \times 10^{-9}} = \frac{1,77 \times 10^{-13}}{1,2 \times 10^{-9}} = 1,475 \times 10^{-4} \text{ m} \approx 1,48 \times 10^{-4} \text{ m}.$$

Isto é,

$$d \approx 0,148 \text{ mm}.$$

b) $Q = CV$:

$$Q = (1,2 \times 10^{-9})(15) = 1,8 \times 10^{-8} \text{ C} = 18 \text{ nC}.$$

c) Energia:

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}(1,2 \times 10^{-9})(15)^2 = \frac{1}{2}(1,2 \times 10^{-9})(225) = 1,35 \times 10^{-7} \text{ J}.$$

Problema 6 — Van de Graaff: raio necessário para não exceder um dado campo à superfície

Uma esfera metálica isolada (tipo Van de Graaff) está a um potencial $V = 90$ kV relativamente à Terra. Pretende-se que o **campo eléctrico** à superfície não exceda $E_{\max} = 1,8 \times 10^6$ V/m.

- a) Usando $E \approx k_e Q/R^2$ e $V = k_e Q/R$, mostra que $E \approx V/R$ para a esfera.
- b) Determina o **raio mínimo** $R_{\min}$ para que $E \leq E_{\max}$.
- c) Para esse raio, estima a **carga** Q na esfera.

Resposta:

a) A partir das expressões dadas:

$$E \approx k_e \frac{Q}{R^2}, \quad V = k_e \frac{Q}{R}.$$

Dividindo membro a membro:

$$\frac{E}{V} \approx \frac{k_e Q/R^2}{k_e Q/R} = \frac{1/R^2}{1/R} = \frac{1}{R} \Rightarrow E \approx \frac{V}{R}.$$

b) Condição $E \leq E_{\max}$:

$$\frac{V}{R} \leq E_{\max} \Rightarrow R \geq \frac{V}{E_{\max}}.$$

Com $V = 90$ kV = $9,0 \times 10^4$ V:

$$R_{\min} = \frac{9,0 \times 10^4}{1,8 \times 10^6} = 5,0 \times 10^{-2} \text{ m} = 0,050 \text{ m}.$$

Logo,

$$R_{\min} = 5,0 \text{ cm}.$$

c) Usando $V = k_e Q/R$:

$$Q = \frac{VR}{k_e} = \frac{(9,0 \times 10^4)(5,0 \times 10^{-2})}{8,99 \times 10^9} = \frac{4,5 \times 10^3}{8,99 \times 10^9} \approx 5,0 \times 10^{-7} \text{ C}.$$

Portanto,

$$Q \approx 5,0 \times 10^{-7} \text{ C} = 0,50 \mu\text{C}.$$

Problema 7 — Indução: dado $|I|$, determinar v

Carris paralelos com distância L e resistência total do circuito R . O campo magnético uniforme é $\vec{B} = \odot$ (a sair do papel). A barra move-se para a direita, perpendicular aos carris.

Dados: $B = 0,35$ T, $L = 0,40$ m, $R = 0,70$ Ω . Mede-se uma corrente de magnitude $|I| = 0,80$ A.

- a) Determina $|\varepsilon|$.
- b) Calcula a velocidade v da barra.
- c) Indica se a corrente é **horária** ou **anti-horária** (justifica com a Lei de Lenz).

Resposta:

a) Pelo modelo resistivo:

$$|I| = \frac{|\varepsilon|}{R} \quad \Rightarrow \quad |\varepsilon| = |I|R.$$

Logo:

$$|\varepsilon| = (0,80)(0,70) = 0,56 \text{ V}.$$

b) Para barra a mover-se com $\vec{B} \perp$ ao plano:

$$|\varepsilon| = BLv \quad \Rightarrow \quad v = \frac{|\varepsilon|}{BL}.$$

$$v = \frac{0,56}{(0,35)(0,40)} = \frac{0,56}{0,14} = 4,0 \text{ m/s}.$$

c) A barra move-se para a direita $\Rightarrow$ a área $A = Lx$ aumenta $\Rightarrow$ o fluxo externo $\Phi_B = BA$ (com $\vec{B} = \odot$) **aumenta a sair do papel**. Pela Lei de Lenz, o circuito induz um campo que **se opõe ao aumento**, logo $\vec{B}_{\text{ind}} = \otimes$ (a entrar no papel). Corrente que cria $\otimes$ é **horária**.

Problema 8 — Indução: $\vec{B}$ variável no tempo (barra parada)

Num circuito rectangular fixo (não há movimento), o campo magnético uniforme é perpendicular ao plano do circuito e $\vec{B} = \odot$. A área do circuito é $A = 0,020 \text{ m}^2$. O campo aumenta linearmente de 0,10 T para 0,50 T em 0,20 s. A resistência total é $R = 2,0 \Omega$.

- a) Calcula a variação de fluxo $\Delta\Phi_B$.
- b) Calcula a FEM induzida (magnitude) $|\varepsilon|$ e a corrente $|I|$.
- c) Indica o sentido da corrente (horária/anti-horária).

Resposta:

Como $\vec{B}$ é perpendicular ao plano, $\theta = 0 \Rightarrow \cos \theta = 1$ e

$$\Phi_B = BA.$$

A variação de campo é

$$\Delta B = 0,50 - 0,10 = 0,40 \text{ T}.$$

a) Logo:

$$\Delta\Phi_B = A \Delta B = (0,020)(0,40) = 8,0 \times 10^{-3} \text{ Wb}.$$

b) Faraday-Lenz (magnitude):

$$|\varepsilon| = \left| \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \right| = \frac{8,0 \times 10^{-3}}{0,20} = 4,0 \times 10^{-2} \text{ V} = 0,040 \text{ V}.$$

Corrente:

$$|I| = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{0,040}{2,0} = 0,020 \text{ A}.$$

c) O campo externo $\vec{B} = \odot$ **aumenta** $\Rightarrow$ o fluxo a sair do papel aumenta. A corrente induzida deve criar um campo $\otimes$ para contrariar esse aumento. Corrente que cria $\otimes$ é **horária**.

Problema 9 — Indução: mudar o sentido de $\vec{B}$ e o sentido do movimento

Carris paralelos com uma barra deslizante e resistência total R . Agora o campo é $\vec{B} = \otimes$ (a entrar no papel) e a barra move-se **para a esquerda** com $v = 1,6$ m/s.

Dados: $B = 0,45$ T, $L = 0,22$ m, $R = 1,1$ Ω .

- a) Calcula $|\varepsilon|$ e $|I|$.
- b) Indica o sentido da corrente (horária/anti-horária).
- c) Qual é o sentido do campo magnético **induzido** $\vec{B}_{\text{ind}}$ ($\odot$ ou $\otimes$)?

Resposta:

a) Magnitude da FEM motional:

$$|\varepsilon| = BLv = (0,45)(0,22)(1,6).$$

Primeiro $(0,45)(0,22) = 0,099$. Então

$$|\varepsilon| = 0,099 \times 1,6 = 0,1584 \text{ V} \approx 0,158 \text{ V}.$$

Corrente (magnitude):

$$|I| = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{0,1584}{1,1} \approx 0,144 \text{ A}.$$

b) e c) A barra move-se **para a esquerda** $\Rightarrow$ a área do circuito (o segmento fechado pelo lado da barra) **diminui**. O campo externo é $\vec{B} = \otimes$ (a entrar no papel), logo o fluxo externo Φ_B (para dentro do papel) **diminui em magnitude**. Pela Lei de Lenz, o circuito tende a **impedir a diminuição** do fluxo para dentro, criando

$$\vec{B}_{\text{ind}} = \otimes.$$

Corrente que cria $\otimes$ é **horária**.

Problema 10 — Energia e potência: dissipação em R durante um intervalo de tempo

$\vec{B} = \odot$ (a sair do papel). Uma barra move-se para a direita com velocidade constante $v = 2,0$ m/s. Dados: $B = 0,30$ T, $L = 0,50$ m, $R = 1,5$ Ω .

- a) Calcula $|\varepsilon|$ e $|I|$.
- b) Calcula a potência dissipada em R : $P = I^2 R$.
- c) Em $t = 12$ s, quanta **energia** é dissipada em R ?

Resposta:

a) FEM:

$$|\varepsilon| = BLv = (0,30)(0,50)(2,0) = 0,30 \text{ V.}$$

Corrente:

$$|I| = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{0,30}{1,5} = 0,20 \text{ A.}$$

b) Potência dissipada:

$$P = I^2 R = (0,20)^2 (1,5) = 0,04 \times 1,5 = 0,060 \text{ W.}$$

c) Energia dissipada em $t = 12$ s:

$$E = Pt = (0,060)(12) = 0,72 \text{ J.}$$