



Física 12.º ano

Terceiro Teste — a conquista do espaço

versão: 1,0

José Pedro do Amaral

14 de maio de 2026

Instruções

Em todos os problemas, justifica com equações e unidades.

Considera que os acontecimentos dos Problemas 1 a 5 ocorrem sequencialmente no tempo (a nave é sempre a mesma).

Quando necessário, despreza efeitos relativistas, rotação dos corpos e atrito.

Contexto geral: nave *CST–Astra*

A nave *CST–Astra* é concebida com:

$$m_{\text{seca}} = 22.000 \text{ kg}, \quad m_{\text{comb},0} = 53.000 \text{ kg}, \quad m_0 = m_{\text{seca}} + m_{\text{comb},0} = 75.000 \text{ kg}.$$

No Problema 2, a nave usa um motor com *velocidade efectiva de exaustão*

$$u = 4.200 \text{ m/s},$$

e realiza a manobra durante

$$\Delta t = 720 \text{ s}.$$

Dados

(Usa estes valores, mesmo que conheças aproximações diferentes.)

Parâmetro gravitacional da Terra	$\mu_{\oplus} = 3,986 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$
Raio médio da Terra	$R_{\oplus} = 6,371 \times 10^6 \text{ m}$
Altitude da órbita inicial	$h = 500 \times 10^3 \text{ m}$
1 unidade astronómica	$1 \text{ UA} = 1,496 \times 10^8 \text{ km}$
Raio médio da órbita de Plutão	$R_P = 39,5 \text{ UA}$
Raio médio da órbita de Arrokoth	$R_A = 44,2 \text{ UA}$

Problemas

1. Velocidade de fuga (a partir de órbita circular).

A nave encontra-se inicialmente em órbita circular em torno da Terra, a altitude $h = 500 \text{ km}$.

- a) Calcula a velocidade de fuga v_{fuga} no raio $r = R_{\oplus} + h$.
- b) Calcula a velocidade orbital circular v_{orb} no mesmo raio.
- c) Determina o incremento mínimo de velocidade (impulso instantâneo) necessário para passar de órbita circular para trajectória parabólica (fuga): $\Delta v = v_{\text{fuga}} - v_{\text{orb}}$.

2. Empuxo (thrust) do motor e consumo de combustível.

A nave realiza a manobra de fuga do Problema 1 com um motor de velocidade efectiva de exaustão $u = 4.200 \text{ m/s}$ durante $\Delta t = 720 \text{ s}$.

- a) Usando a equação de Tsiolkovsky, $\Delta v = u \ln\left(\frac{m_0}{m_1}\right)$, calcula a massa final m_1 após a manobra.
- b) Calcula a massa de propelente consumida, $m_{\text{comb,cons}} = m_0 - m_1$, e a massa de combustível restante.
- c) Calcula a taxa média de escoamento de massa $\dot{m}$ e o empuxo médio $F = \dot{m} u$ (despreza o termo de pressão).

3. Rota para intersectar uma estação espacial com trajectória linear $y = mx + b$.

Após a manobra do Problema 2, considera um referencial inercial 2D em que, no instante $t = 0$:

$$\vec{r}_{\text{nave}}(0) = (0, 0) \text{ km.}$$

A nave segue em linha recta com rapidez constante $v = 5,0 \text{ km/s}$.

A estação espacial move-se ao longo da recta

$$y = mx + b \quad \text{com} \quad m = 1,20, \quad b = 150.000 \text{ km,}$$

no sentido de x crescente, com rapidez constante $v_E = 2,5 \text{ km/s}$. No instante $t = 0$ a estação está em $x_0 = 800.000 \text{ km}$ (logo $y_0 = mx_0 + b$).

- a) Escreve as equações paramétricas $\vec{r}_E(t)$ da estação (componentes $x(t)$ e $y(t)$).
- b) Determina o instante t_* em que a nave pode interceptar a estação.
- c) Determina o ponto de intercepção (x_*, y_*) e o ângulo θ (em relação ao eixo x) da trajectória da nave.

4. Tempo para intersectar a órbita de Plutão (modelo linear).

A partir daqui, muda-se para um referencial heliocêntrico 2D com o Sol na origem. Para simplificar, considera que o encontro do Problema 3 ocorreu quando a nave estava na posição heliocêntrica:

$$\vec{r}_0 = (1,00 \text{ UA}, 0) \quad \text{isto é} \quad \vec{r}_0 = (1,496 \times 10^8 \text{ km}, 0).$$

A nave parte dessa posição com velocidade constante:

$$\vec{v} = (7,0 \text{ km/s}) \hat{i} + (20,0 \text{ km/s}) \hat{j}.$$

A órbita de Plutão é aproximada por um círculo de raio $R_P = 39,5 \text{ UA}$.

- a) Escreve $\vec{r}(t)$.
- b) Determina $t_P > 0$ tal que $|\vec{r}(t_P)| = R_P$.
- c) Apresenta t_P em segundos e em anos ($1 \text{ ano} = 365,25 \text{ dias}$).

5. Trajectória linear pós-Plutão para intersectar Arrokoth.

No instante em que a nave cruza a órbita de Plutão (instante t_P do Problema 4), a sua posição é $\vec{r}_P = \vec{r}(t_P)$. Nesse mesmo instante, supõe que Arrokoth está na posição heliocêntrica (ponto fixo, para simplificar):

$$\vec{r}_A = R_A(\cos \varphi \hat{\mathbf{i}} + \sin \varphi \hat{\mathbf{j}}), \quad R_A = 44,2 \text{ UA}, \quad \varphi = 60^\circ.$$

Após um *flyby* em Plutão, a nave ajusta instantaneamente a sua velocidade para ter rapidez constante

$$v_2 = 25,0 \text{ km/s}$$

e seguir em linha recta até Arrokoth.

- a) Calcula $\vec{r}_P$ (componentes em km).
- b) Determina o versor direcção $\hat{n}$ da trajectória pós-Plutão que leva a nave até Arrokoth.
- c) Escreve a equação vectorial da trajectória $\vec{r}(t) = \vec{r}_P + v_2 \hat{n} t$.
- d) Calcula o tempo de voo Δt_A até Arrokoth e a distância percorrida nesse troço.